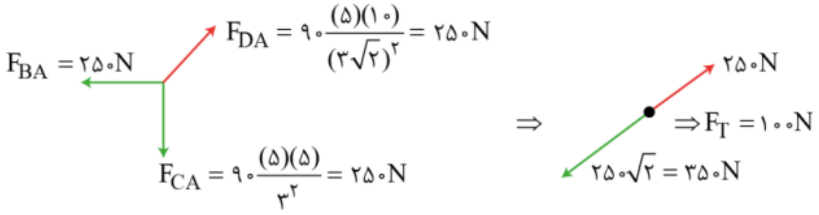
۱ چون تیغه‌ها باردار هستند و با هم زاویه ساخته‌اند پس کره فلزی باردار است. اگر کره و میله هم‌نام باشند بارهایی از کره به سمت تیغه‌ها حرکت می‌کنند و زاویه بیشتر می‌شود. اگر کره و میله ناهم‌نام باشند، بارهایی از تیغه‌ها به انتهای راست کره منتقل می‌شوند و زاویه کاهش می‌یابد. (البته امکان دارد بنا به نوع بار، بارها از کره به سمت تیغه بروند.)

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲



(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳ با برداشتن بار مثبت از جسمی که دارای بار منفی است، بار منفی آن افزایش می‌یابد و با قرار دادن این بار مثبت روی جسمی که دارای بار مثبت است، بار آن نیز افزایش می‌یابد:

$$|Q_۱'|=|Q_۲'|=Q+\frac{Q}{۵}=\frac{۶}{۵}Q$$

$$F=\frac{kQ^۲}{d^۲}$$

$$F'=\frac{k(\frac{۶}{۵}Q)(\frac{۶}{۵}Q)}{d^۲} \rightarrow \frac{F'}{F}=\frac{۳۶}{۲۵}$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

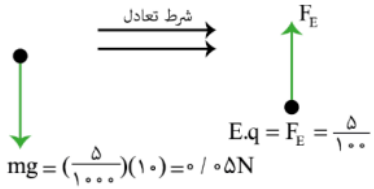
۴ از آنجا که میدان الکتریکی کاهش یافته یعنی فاصله را به اندازه‌ی $۱۰cm$ افزایش داده‌ایم.

$$E=\frac{kq}{r^۲} \rightarrow \frac{E_۲}{E_۱}=(\frac{r_۱}{r_۲})^۲ \rightarrow \frac{۱۶}{۲۵}=(\frac{r_۱}{r_۱+۱۰})^۲$$

$$\frac{۴}{۵}=\frac{r_۱}{r_۱+۱۰} \rightarrow ۴r_۱+۴۰=۵r_۱ \rightarrow r_۱=۴۰cm$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۵ هنگام تعادل جسم به دلیل قانون اول نیوتن، نیروها باید متوازن باشند یعنی نیروی الکتریکی باید اثر نیروی وزن را خنثی کند.



$$E.q=F_E=\frac{۵}{۱۰۰}$$

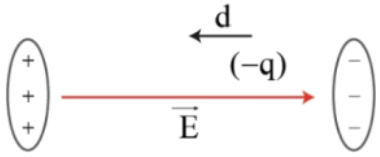
$$\rightarrow E(۵\times۱۰^{-۶})=۵\times۱۰^{-۲} \rightarrow E=۱۰^۴$$

$$E.d=V \rightarrow V=(۱۰^۴)(۵\times۱۰^{-۲})=۵۰۰V$$

نکته: به ذره‌ی باردار منفی در داخل میدان نیرویی در خلاف جهت خطوط میدان وارد می‌شود پس جهت میدان الکتریکی بین دو صفحه به سمت پایین است. یعنی پتانسیل صفحه‌ی بالا (نقطه‌ی A) بیشتر از صفحه‌ی پایین (نقطه‌ی B) می‌باشد. یعنی پایانه B منفی و پایانه A مثبت است. $(V_A-V_B=۵۰۰V)$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶



وقتی بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کند انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد. ولی پتانسیل الکتریکی به منفی بودن بار بستگی ندارد. وقتی در جهت میدان حرکت کنیم پتانسیل کاهش یافته، ولی در خلاف جهت میدان پتانسیل افزایش می‌یابد.

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۷ چون خازن به مولد متصل است، بنابراین ولتاژ دو سر خازن ثابت است.

$$C = \kappa \frac{\varepsilon_0 A}{d} \xrightarrow[d'=2d]{\kappa'=\frac{1}{2}\kappa} C' = \frac{1}{4}C$$

$$q = C.V \xrightarrow[V'=V]{C'=\frac{1}{4}C} q' = \frac{1}{4}q$$

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \rightarrow U' = \frac{1}{4}U$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸ ابتدا توجه کنید برای آن‌که q_2 در تعادل باشد، باید بار q_3 هم‌اندازه و هم‌علامت با q_1 باشد (چرا؟)، بنابراین $q_3 = 4\mu C$ است. در ادامه با توجه به تعادل بار q_1 داریم:

$$F_{21} = F_{31} \rightarrow k\frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2} = k\frac{|q_1 q_3|}{r_{13}^2}$$

$$\rightarrow \frac{|q_2|}{12^2} = \frac{4}{24^2} \rightarrow |q_2| = 1\mu C$$

$$\xrightarrow{q_2 \text{ منفی}} q_2 = -1\mu C$$



بچه‌ها q_3 ، q_1 را دفع می‌کند، پس باید q_2 ، q_1 را جذب کند. یعنی $q_2 < 0$ است:

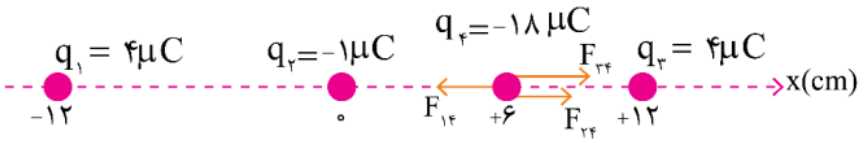
در ادامه باید بررسی کنیم که اگر بار $q_4 = -18\mu C$ را در مکان $x = 6cm$ قرار دهیم، نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن چند نیوتون می‌شود؟

$$F_{24} = k\frac{|q_2 q_4|}{r_{24}^2} = 90 \times \frac{1 \times 18}{6^2} = 45N$$

$$F_{34} = k\frac{|q_3 q_4|}{r_{34}^2} = 90 \times \frac{4 \times 18}{6^2} = 180N$$

$$F_{14} = k\frac{|q_1 q_4|}{r_{14}^2} = 90 \times \frac{4 \times 18}{18^2} = 20N$$

$$\rightarrow F_{net} = F_{24} + F_{34} - F_{14} = 205N \rightarrow \vec{F}_{net} = 205\vec{i}\,(N)$$



(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹ این سؤال را در گام‌های زیر حل می‌کنیم:

گام اول: محاسبهٔ نیروی وارد بر ذره:

$$\vec{F} = q\vec{E} \rightarrow \vec{F} = -2 \times 10^{-9} \times 10^3 \vec{i}$$

$$\rightarrow \vec{F} = 2 \times 10^{-6}(-\vec{i})(N)$$

گام دوم: محاسبهٔ شتاب ذره:

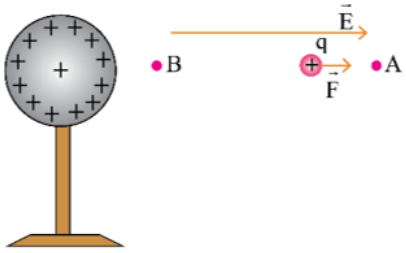
$$\vec{F} = m\vec{a} \rightarrow 2 \times 10^{-6}(-\vec{i}) = 4 \times 10^{-6}\vec{a}$$

$$\rightarrow \vec{a} = -5\vec{i}\,(\frac{m}{s^2})$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۰



خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج می‌شوند، پس میدان الکتریکی حاصل از کره در محل بار q به سمت راست است و در نتیجه نیروی الکتریکی به سمت راست به بار مثبت q وارد می‌شود. در ادامه به بررسی علامت کمیت‌های موردنظر می‌پردازیم.

کار نیروی الکتریکی: با جابه‌جایی بار q از B تا A، بار هم‌جهت با نیروی الکتریکی حرکت کرده است و در نتیجه کار نیروی الکتریکی مثبت است.

تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی: طبق رابطهٔ $\Delta U = -W_E$ و با توجه به این‌که کار نیروی الکتریکی مثبت است، $\Delta U < 0$ بوده و در نتیجه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی مقداری منفی است.

تغییرات پتانسیل الکتریکی: با حرکت در جهت خطوط میدان، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد، بنابراین در جابه‌جایی از B تا A، تغییرات پتانسیل الکتریکی مقداری منفی است.

این سؤال بر اساس تمرینات انتهای فصل اول کتاب درسی فیزیک یازدهم طرح شده است.

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۱

این سؤال را در گام‌های زیر حل می‌کنیم.

گام اول: محاسبهٔ ظرفیت خازن

$$C = \kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d} = 10 \times 9 \times 10^{-12} \times \frac{200 \times 10^{-4}}{0/5 \times 10^{-3}} = 3/6 \times 10^{-9} F = 3/6 nF$$

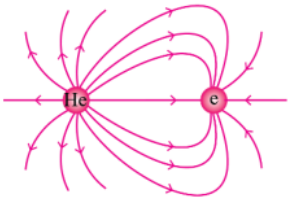
گام دوم: محاسبهٔ ولتاژ خازن

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \rightarrow 180 = \frac{1}{2} \times 3/6 \times V^2$$

$$\rightarrow V^2 = 100 \rightarrow V = 10V$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۲



بار هستهٔ هلیم مثبت و بار الکترون منفی است، بنابراین خطوط میدان از هستهٔ هلیم خارج شده و به الکترون وارد می‌شوند. از طرفی بار هستهٔ هلیم برابر $+2e$ است و از بار الکترون بزرگ‌تر است، پس خطوط میدان مطابق شکل گزینهٔ (۳) هستند.

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۳

این سؤال را در گام‌های زیر حل می‌کنیم:

گام اول: محاسبهٔ بار کره‌ها پس از تماس:

$$q = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{4 + (-8)}{2} = -2\mu C$$

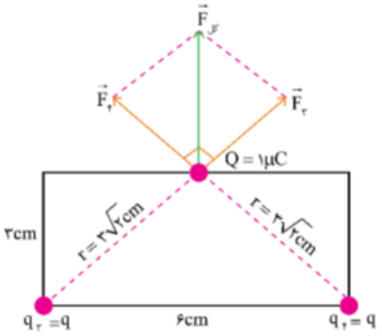
گام دوم: محاسبهٔ نیروی بین کره‌ها:

$$F = k\frac{q^2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-12}}{(0/12)^2} = 2/5 N$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۴ ابتدا دقت کنید که نیرویی که q_1 به Q وارد می‌کند هم‌اندازه و در خلاف جهت نیرویی است که q_2 به Q وارد می‌کند (چرا؟)، پس این دو نیرو اثر هم را خنثی می‌کنند و فقط نیروی بارهای q_3 و q_4 دارای اهمیت است. با توجه به توضیحات فوق می‌توان نوشت:



$$F_3 = F_4 = 9\cdot\frac{qQ}{r^2} \rightarrow F_{کل} = F_3\sqrt{2} = \frac{9\cdot qQ\sqrt{2}}{r^2}$$

$$\rightarrow 10 = \frac{9\cdot q\times 1\times\sqrt{2}}{(3\sqrt{2})^2}$$

$$\rightarrow 2 = q\sqrt{2} \Rightarrow q = \frac{2}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\,\mu c$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \quad \text{قضیه کار و انرژی جنبشی}$$

$$\rightarrow W_E + W_F = \frac{1}{2}m(v_2^2 - 0^2)$$

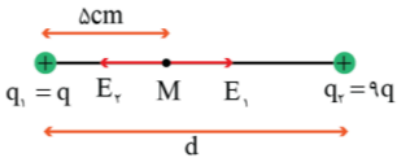
$$\rightarrow qEd + Fd = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\rightarrow 10^{-3}\times 3000\times 2 + 2\times 2 = \frac{1}{2}\times 0/2v_2^2 \rightarrow 0/1v_2^2 = 10$$

$$\rightarrow v_2^2 = 100 \rightarrow v_2 = 10\left(\frac{m}{s}\right)$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۶ گام اول: میدان الکتریکی برآیند حاصل از دو بار q_1 و q_2 $(q_1 < q_2)$ در نقطهٔ M برابر صفر است؛ با فرض اینکه فاصلهٔ دو بار از یکدیگر برابر d باشد، داریم:

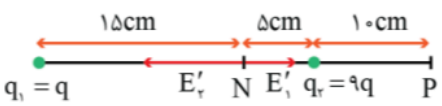


$$E_1 = E_2 \rightarrow \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{kq_2}{r_2^2} \rightarrow \frac{kq}{(5)^2} = \frac{k(9q)}{(d-5)^2} \rightarrow$$

$$(d-5)^2 = 9\times(5)^2 \rightarrow d-5 = \pm 15 \rightarrow$$

$$d = 20cm \;,\; d = -10cm\,(غ‌ق)$$

گام دوم: حال چنانچه بخواهیم مطابق صورت تست، میدان الکتریکی برآیند حاصل از دو بار نزدیک به بار نقطه‌ای بزرگ‌تر و در نقطهٔ N برابر صفر باشد، لازم است تا بار دیگری در نقطهٔ P قرار دهیم؛ برای محاسبهٔ اندازهٔ این بار در ابتدا میدان الکتریکی برآیند حاصل از دو بار q_1 و q_2 را در نقطهٔ N، محاسبه می‌کنیم:



$$E'_1 = \frac{kq_1}{r_1'^2} = \frac{kq}{(15)^2} \;,\quad E'_2 = \frac{kq_2}{r_2'^2} = \frac{k(9q)}{(5)^2} \rightarrow$$

$$E'_{1,2} = E'_2 - E'_1 = \frac{9kq}{25} - \frac{kq}{225} = \frac{81kq - kq}{225} = \frac{80kq}{225}$$

چون جهت این میدان به سمت چپ است، پس باری که در نقطهٔ P قرار می‌گیرد باید منفی باشد و اندازهٔ آن باید برابر مقداری باشد که میدان الکتریکی به اندازهٔ $E = \frac{80kq}{225}$ در نقطهٔ P تولید کند، پس:

$$E = \frac{k|q''|}{r''^2} \rightarrow \frac{80kq}{225} = \frac{k|q''|}{(10+5)^2} \rightarrow \frac{80kq}{225} = \frac{k|q''|}{225} \rightarrow |q''| = 80q \xrightarrow{q''<0} q'' = -80q$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۷ ابتدا دقت کنید که بار q_1 می‌تواند منفی یا مثبت باشد. در هر دو حالت نیروهایی که q_2 و q_3 به q_1 وارد می‌کنند، هم‌جهت هستند، بنابراین مجموع این دو نیرو باید برابر $30\,N$ شود.

$$F_{21}+F_{31}=30\,N \rightarrow k\frac{|q_2||q_1|}{r_{12}^2}+k\frac{|q_3||q_1|}{r_{13}^2}=30$$

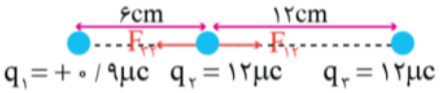
$$\rightarrow 90\times\frac{12\times|q_1|}{6^2}+90\times\frac{12\times|q_1|}{18^2}=30$$

$$\rightarrow 30|q_1|+\frac{30|q_1|}{9}=30$$

$$\rightarrow \frac{10}{9}|q_1|=1\rightarrow |q_1|=0/9\mu C$$

بنابراین بار q_1 می‌تواند برابر $+0/9\mu C$ یا $-0/9\mu C$ باشد. در هر حالت برایند نیروهای وارد بر q_2 را محاسبه می‌کنیم.

۱) اگر q_1 مثبت باشد:



$$F_{12}=90\frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}=90\times\frac{0/9\times12}{6^2}=27\,N$$

$$F_{32}=90\frac{|q_3||q_2|}{r_{23}^2}=90\times\frac{12\times12}{12^2}=90\,N$$

$$\rightarrow F_{کل}=F_{32}-F_{12}=90-27=63\,N$$

۲) اگر q_1 منفی باشد:

در این حالت جهت نیروی F_{12} برعکس می‌شود و دو نیرو جمع می‌شوند.

$$F'_{کل}=F_{32}+F_{12}=90+27=117\,N$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۸ برای پاسخ دادن به این سؤال به نکات زیر توجه کنید:

۱) تراکم خطوط میدان در نزدیکی A بیش‌تر از B است، بنابراین میدان الکتریکی در نقطهٔ A بزرگ‌تر از B است.

$$E_A>E_B$$

۲) برای جابه‌جایی از A تا B باید در جهت عمود بر میدان الکتریکی جابه‌جا شویم، بنابراین کار میدان الکتریکی و تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار صفر است و در نتیجه پتانسیل الکتریکی تغییر نمی‌کند. به‌طور کلی هرگاه در جهت عمود بر خطوط میدان الکتریکی جابه‌جا شویم، پتانسیل ثابت می‌ماند.

$$V_A=V_B$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۹ این سؤال را در گام‌های زیر حل می‌کنیم:

گام اول: محاسبهٔ بار الکتریکی جسم:

$$q=+ne=+2/5\times10^{12}\times1/6\times10^{-19}=+4\times10^{-7}C$$

دقت کنید که چون از جسم الکترون جدا کرده‌ایم، علامت بار آن مثبت است.

گام دوم: محاسبهٔ نیروی الکتریکی:

$$F=|q|E=4\times10^{-7}\times10^{4}=0/004\,N$$

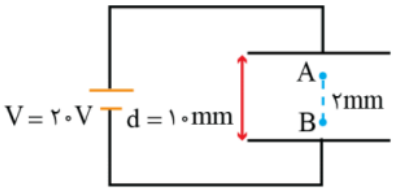
باتوجه به این‌که بار ذره مثبت است، نیرو هم‌جهت با میدان خواهد بود، پس نیروی الکتریکی هم در جهت $\vec{j}$ خواهد بود و داریم:

$$\vec{F}=0/004\vec{j}\ \ (\text{در SI})$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۰



گام اول: اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را قبل از تغییر فاصله صفحات از یکدیگر بدست می‌آوریم:

$$E=\frac{V}{d}=\frac{۲۰}{۱۰\times۱۰^{-۳}}=۲۰۰۰\frac{V}{m}$$

$$V_{AB}=E\cdot d_{AB}=۲۰۰۰\times(۲\times۱۰^{-۳})=۴V$$

گام دوم: برای آن‌که اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطهٔ A و B به مقدار ۲V تغییر کند، لازم است تا میدان الکتریکی بین صفحات به صورت زیر تغییر کند:



$$V'_{AB}=V_{AB}-۲=۴-۲=۲V$$

$$V'_{AB}=E'd_{AB}\rightarrow ۲=E'\times(۲\times۱۰^{-۳})\rightarrow E'=\frac{۲}{۲\times۱۰^{-۳}}=۱۰^{۳}\frac{V}{m}$$

در نتیجه برای آن‌که میدان الکتریکی بین صفحات برابر $E'=۱۰۰۰\frac{V}{m}$ شود، لازم است تا فاصلهٔ بین صفحات را به d′ افزایش دهیم:

$$E'=\frac{V}{d'}\rightarrow ۱۰۰۰=\frac{۲۰}{d'}\rightarrow d'=\frac{۲۰}{۱۰۰۰}=۲۰\times۱۰^{-۳}m=۲۰mm$$

بنابراین تغییر فاصلهٔ بین صفحات برابر است با:

$$\Delta d=d'-d=۲۰-۱۰=۱۰mm$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۱



گلوله حاوی بار $q_۱$ در تعادل است و به آن دو نیروی الکتریکی و وزن وارد می‌شود که خلاف جهت یکدیگرند و همدیگر را خنثی می‌کنند.

$$F=W$$

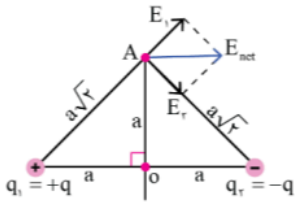
$$\frac{kq^{۲}}{r^{۲}}=mg\rightarrow\frac{۹۰\times۲\times۲}{(۳۰)^{۲}}=m\times۱۰$$

$$\rightarrow ۴\times۱۰^{-۱}=m\times۱۰\rightarrow m=۰/۰۴kg=۴۰g$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۲



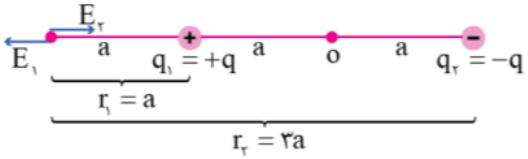
ابتدا میدان الکتریکی خالص روی عمود منصف دوقطبی را به‌دست می‌آوریم:

فاصلهٔ نقطه A تا هریک از بارها $r=\sqrt{a^2+a^2}=a\sqrt{2}$

چون بارها و فاصله برابر است پس E_1 و E_2 هم‌اندازه‌اند:

$$E_1=E_2=\frac{k\times q}{2a^2}$$

$$E_t=E_1\sqrt{2}=\frac{kq}{2a^2}\times\sqrt{2}$$



حال میدان روی خط واصل دو بار را به‌دست می‌آوریم:

$$E_1=\frac{k\times q}{a^2}\qquad E_2=\frac{kq}{9a^2}$$

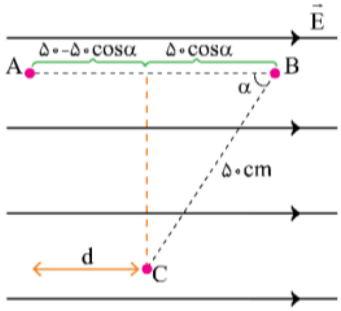
چون میدان‌ها خلاف جهت‌اند از هم کم می‌شوند:

$$E_t=E_1-E_2=\frac{kq}{a^2}-\frac{kq}{9a^2}=\frac{8}{9}\frac{kq}{a^2}$$

$$\text{خواسته سوال}=\frac{\frac{kq}{2a^2}\times\sqrt{2}}{\frac{8}{9}\frac{kq}{a^2}}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{8}{9}}=\frac{9\sqrt{2}}{16}$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۳



بررسی (الف): مطابق شکل می‌توانیم جابه‌جایی افقی از نقطهٔ A تا C را محاسبه کنیم.

$$d=50-50\cos\alpha=50-50\times0/6=20\text{cm}=0/2\text{m}$$

$$|\Delta U|=|Eqd|=10^5\times5\times10^{-6}\times0/2=0/1\text{J}$$

چون بار منفی در جهت میدان حرکت کرده، انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد و عبارت (الف) صحیح است.

بررسی (ب): اختلاف پتانسیل نقاط A و B برابر است با:

$$V_A-V_B=E\times\overline{AB}=10^5\times0/5=5\times10^4\text{v}=50\text{kv}$$

پس عبارت (ب) هم صحیح است.

بررسی (ج): با توجه به این‌که تندی ذره ثابت است، طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام شده روی ذره صفر است و عبارت (ج) هم صحیح می‌باشد.

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۴

هنگامی‌که گوی را در کف ظرف قرار می‌دهیم و درپوش فلزی را می‌بندیم، گوی بخشی از داخل ظرف است و چون بار الکتریکی در سطح خارجی رساناها پخش می‌شود، می‌توان نتیجه گرفت که گوی همهٔ بار خود را به ظرف می‌دهد تا این بار در سطح خارجی ظرف فلزی پخش شود. پس بار الکتریکی گوی برابر صفر و بار ظرف برابر $+q$ می‌شود.

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۵ گام اول: ظرفیت خازن برابر شیب نمودار بار برحسب ولتاژ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$C=\frac{\Delta q}{\Delta V}=\frac{۱۶۰}{۸}=۲۰\mu F=۲\times ۱۰^{-۵}F$$

گام دوم: انرژی ذخیره‌شده در خازن برابر است با:

$$U=\frac{۱}{۲}CV^{۲}\rightarrow U=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱۰^{-۵}\times ۲۲۰^{۲}=۲۲^{۲}\times ۱۰^{-۳}J$$

گام سوم: توان خروجی این خازن برابر است با:

$$P=\frac{\text{انرژی}}{\text{زمان}}=\frac{U}{t}\rightarrow P=\frac{۲۲^{۲}\times ۱۰^{-۳}}{۱/۱\times ۱۰^{-۳}}=۴۴۰W$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۶ اگر بار خازن در ابتدا برابر $q_۱$ بوده باشد، با جابه‌جایی $۲\mu C$ بار از صفحهٔ منفی به صفحهٔ مثبت، بار خازن برابر $q_۱+۲\mu C$ می‌شود. در این صورت انرژی خازن در دو حالت به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$U_۱=\frac{۱}{۲}\frac{q_۱^{۲}}{C}\xrightarrow{C=۹\mu F}U_۱=\frac{q_۱^{۲}}{۱۸}$$

$$U_۲=\frac{۱}{۲}\frac{(q_۱+۲)^{۲}}{C}\xrightarrow{C=۹\mu F}U_۲=\frac{(q_۱+۲)^{۲}}{۱۸}$$

مطابق متن سؤال، انرژی خازن در حالت دوم $۲\mu J$ بیشتر از حالت اول است، بنابراین داریم:

$$U_۲-U_۱=۲\rightarrow\frac{(q_۱+۲)^{۲}}{۱۸}-\frac{q_۱^{۲}}{۱۸}=۲$$

$$\rightarrow (q_۱+۲)^{۲}-q_۱^{۲}=۳۶\rightarrow q_۱^{۲}+۴q_۱+۴-q_۱^{۲}=۳۶$$

$$\rightarrow ۴q_۱+۴=۳۶\rightarrow q_۱=۸\mu C$$

بنابراین بار خازن در ابتدا $q_۱=۸\mu C$ بوده است و در نتیجه اختلاف تعداد پروتون‌ها و الکترون‌های هر صفحه برابر است با:

$$q=ne\rightarrow n=\frac{q}{e}=\frac{۸\times ۱۰^{-۶}}{۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}}=۵\times ۱۰^{۱۳}$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۷ چون خازن از مولد جدا شده است پس بار روی صفحات آن ثابت باقی می‌ماند. هم‌چنین در حالت اول $\kappa_۱=۱$ و در حالت دوم $\kappa_۲>۱$ است پس مقدار κ افزایش می‌یابد.

بررسی موارد:

الف: طبق رابطهٔ $C=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}$، با افزایش مقدار C نیز افزایش می‌یابد. اکنون طبق رابطهٔ $C=\frac{q}{V}$ و با توجه به ثابت بودن q می‌توان نتیجه گرفت $V\propto\frac{۱}{C}$ و با افزایش C، مقدار V کاهش می‌یابد.

ب: طبق توضیحات ارائه شده در مورد الف، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد.

پ: چون q ثابت است، طبق رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}\frac{q^{۲}}{C}$ می‌توان نتیجه گرفت $U\propto\frac{۱}{C}$ و با افزایش مقدار C، مقدار U کاهش می‌یابد.

ت: طبق قسمت‌های قبل، q ثابت باقی می‌ماند.

ث: چون q ثابت است، طبق رابطهٔ $E=\frac{q}{\kappa\varepsilon_۰A}$، می‌توان نتیجه گرفت $E\propto\frac{۱}{\kappa}$. پس با افزایش κ، مقدار E کاهش می‌یابد.

بنابراین از بین این موارد، فقط ظرفیت خازن (۱ مورد) افزایش می‌یابد.

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۸ چون در ابتدا خازن را به باتری وصل و پس از شارژ از باتری جدا کنیم بنابراین بار صفحات آن ثابت باقی می‌ماند:

$$Q_۱ = Q_۲ \xrightarrow{(Q=CV)} C_۱V_۱ = C_۲V_۲ \rightarrow \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{C_۱}{C_۲} \xrightarrow{C=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}}$$

$$\frac{V_۲}{V_۱} = \frac{\kappa_۱}{\kappa_۲} \times \frac{A_۱}{A_۲} \times \frac{d_۲}{d_۱} \rightarrow ۲ = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times \frac{d_۱ + ۶}{d_۱} \rightarrow$$

$$d_۱ + ۶ = ۴d_۱ \rightarrow ۳d_۱ = ۶ \rightarrow d_۱ = ۲\,mm$$

بنابراین ظرفیت اولیهٔ خازن برابر است با:

$$C_۱ = \kappa_۱\varepsilon_۰\frac{A_۱}{d_۱} = ۱ \times (۸/۸ \times ۱۰^{-۱۲}) \times \frac{۵۰ \times ۱۰^{-۴}}{۲ \times ۱۰^{-۳}} = ۲۲ \times ۱۰^{-۱۲}\,F = ۲۲\,pF$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

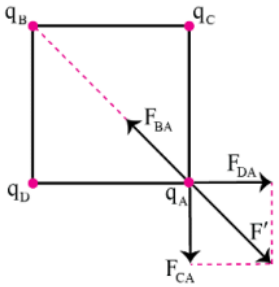
۲۹ فاصله‌ی q_A و q_B، $d\sqrt{۲}$ است بنابراین نیروی بین آن‌ها به‌صورت زیر است.

$$F_{AB} = \frac{kQq}{(d\sqrt{۲})^۲} = \frac{kqQ}{۲d^۲} = ۱۵ \Rightarrow \frac{kqQ}{d^۲} = ۳۰\,N$$

اندازه نیروهای وارد بر بار q_A برابر است با:

$$F_{DA} = F_{CA} = \frac{kQ\sqrt{۲} \times q}{d^۲} = \frac{kqQ}{d^۲}\sqrt{۲} = ۳۰\sqrt{۲}\,N$$

حال نیروهای وارد بر بار q_A را رسم می‌کنیم:



بردار F' برآیند F_{DA} و F_{CA} است که خلاف جهت F_{BA} است:

$$F' = \sqrt{F_{DA}^۲ + F_{CA}^۲} = \sqrt{(۳۰\sqrt{۲})^۲ + (۳۰\sqrt{۲})^۲} = ۶۰\,N$$

برآیند F' و F_{BA} نیروی خالص وارد بر q_A است:

$$F_T = F' - F_{BA} = ۶۰ - ۱۵ = ۴۵\,N$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

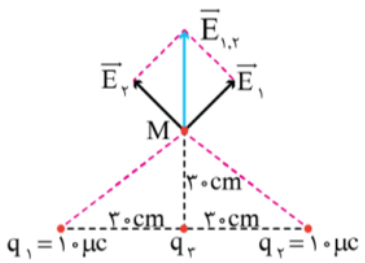
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۰ گام ۱) اندازه میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_2 در نقطه M را حساب می‌کنیم:

$$r_1 = r_2 = \sqrt{30^2 + 30^2} = 30\sqrt{2}\,cm$$

$$E_1 = E_2 = k\frac{|q_1|}{r_1^2} = 9\times10^9 \times \frac{10\times10^{-6}}{(30\sqrt{2}\times10^{-2})^2} = \frac{9\times10^4}{900\times2\times10^{-4}} = \frac{1}{2}\times10^6\,\frac{N}{C}$$

گام ۲) با توجه به شکل مقابل، برایند میدان‌های ناشی از q_1 و q_2 در نقطه M برابر می‌شود با:



$$E_{1,2} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \xrightarrow{E_1=E_2} E_{1,2} = \sqrt{2}E_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}\times10^6\,\frac{N}{C}$$

$$\rightarrow \vec{E}_{1,2} = (\frac{\sqrt{2}}{2}\times10^6)\vec{j}$$

گام ۳) با توجه به بردار میدان الکتریکی خالص در نقطه M می‌توان نوشت:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_{1,2} + \vec{E}_3 \rightarrow (\frac{\sqrt{2}}{2}-1)\times10^6\vec{j} = (\frac{\sqrt{2}}{2}\times10^6)\vec{j} + \vec{E}_3$$

$$\rightarrow \vec{E}_3 = -10^6\vec{j}$$

گام ۴) با توجه به اینکه $\vec{E}_3$ در خلاف جهت محور y است، پس بار q_3 منفی است، از طرفی اندازه $\vec{E}_3$ برابر است با:

$$E_3 = k\frac{|q_3|}{r_3^2} \rightarrow 10^6 = \frac{9\times10^9\times|q_3|}{(30\times10^{-2})^2} = 10^{11}\times|q_3| \rightarrow |q_3| = 10^{-5}C = 10\times10^{-6}C = 10\mu C$$

$$\xrightarrow{q_3<0} q_3 = -10\mu C$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۱ همان‌طور که می‌دانید، در سطح یک رسانای منزوی در حال تعادل، بارهای الکتریکی به گونه‌ای پخش می‌شوند که تراکم بارها در نقاط نوک تیز بیش‌تر باشد، بنابراین وقتی که گلوله را به قسمت نوک تیز جسم فلزی دوکی‌شکل تماس می‌دهیم، بار الکتریکی بیش‌تری به آن منتقل می‌شود.

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۳۲ گام ۱) با دو برابر شدن فاصله صفحات (d) و قرار گرفتن دی‌الکتریک به ضریب ۴ بین صفحات خازن، ظرفیت آن بصورت زیر تغییر می‌کند:

$$C = \frac{\kappa\varepsilon_0 A}{d} \xrightarrow{\varepsilon_0, A \text{ ثابت‌اند}} \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1}\times\frac{d_1}{d_2} = 4\times\frac{1}{2} \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 2$$

گام ۲) وقتی خازن از مولد جدا شود، بار آن ثابت خواهد بود، پس می‌توان نوشت:

$$C = \frac{q}{V} \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{q_2}{q_1}\times\frac{V_1}{V_2} \rightarrow 2 = 1\times\frac{V_1}{V_2} \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{2}$$

گام ۳) با توجه به رابطه $U = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ می‌توان انرژی‌ها را نیز مقایسه کرد:

$$\frac{U_2}{U_1} = (\frac{q_2}{q_1})^2\times\frac{C_1}{C_2} = 1\times\frac{1}{2} \rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{2}$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۳ **بررسی موارد:**

الف: آب شامل قسمت‌های مثبت و منفی الکتریکی است، پس وقتی بادکنک باردار را به باریکهٔ آب نزدیک می‌کنیم، بارهای مخالف را جذب می‌کند و باریکهٔ آب به سمت بادکنک کشیده می‌شود، بنابراین این عبارت درست است.



ب: اگر میدان الکتریکی بین دو نقطه صفر باشد، یعنی برای جابجایی بین این دو نقطه، کار نیروی میدان الکتریکی (W_E)، صفر است، پس $\Delta U_E = -W_E = 0$

است، بنابراین: $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \xrightarrow{\Delta U_E = 0} \Delta V = 0$

بنابراین این عبارت درست است.

ج: باتری ۱/۵ ولتی، یعنی پتانسیل پایانهٔ مثبت باتری، ۱/۵ ولت از پتانسیل پایانهٔ منفی باتری بیشتر است.

$V_{\text{باتری}} = V_+ - V_-$

وقتی پایانهٔ مثبت باتری به زمین وصل شود، $V_+ = 0$ است، پس داریم: $\rightarrow +1/5 = 0 - V_- \rightarrow V_- = -1/5\,V$

در نتیجه این عبارت نادرست است.

د: بار الکتریکی اجسام مضرب درستی از بار پایه (الکترون)، یعنی $1/6\times10^{-19}\,C$ است.

$$n = \frac{q}{e} = \frac{-80\times10^{-20}}{-1/6\times10^{-19}} = \frac{8\times10^{-19}}{1/6\times10^{-19}} = 5$$

این عبارت نیز درست است.

هـ: بردار میدان الکتریکی در هر نقطه، مماس بر خطوط میدان الکتریکی در آن نقطه است. از طرفی می‌دانیم که خطوط مماس بر محیط دایره، بر شعاع دایره عمود هستند، بنابراین خطوط میدان الکتریکی بر شعاع دایره عمود می‌باشند.

پس این عبارت نیز درست است.



(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۴ وقتی کلیدها وصل شوند، بار همه کره‌ها یکسان خواهد شد، مثل این است که آن‌ها را با هم تماس داده باشیم، بنابراین خواهیم داشت:

$$q_1' = q_2' = q_3' = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{3} = \frac{(-2) + 2 + 6}{3} = 2\mu C$$

بار نهایی هر کره، $2\mu C$ خواهد شد.

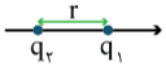
چون بار کرهٔ (۲) از ابتدا $2\mu C$ بوده است، مثل این است که بگوییم کرهٔ(۳) مقدار $4\mu C$ بار خود را به کرهٔ(۱) داده است، پس در مجموع $4\mu C$ بار جابجا شده است.

تعداد الکترون‌های منتقل‌شده برابر است با: $\Delta q = \pm ne \rightarrow 4\times10^{-6} = n\times1/6\times10^{-19} \rightarrow n = 2/5\times10^{13}$

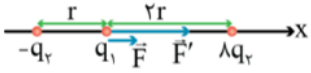
(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۵ چون بارهای q_1 و q_2 یکدیگر را جذب می‌کنند، پس ناهم‌نام هستند.



$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \rightarrow 10 = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$



در شکل مقابل، ابتدا نیروی بین q_1 و q_2 را پیدا می‌کنیم. چون q_1 و q_2 ناهم‌نام هستند، پس q_1 و $-q_2$ هم‌نام هستند و نیروی بین آن‌ها دافعه است، اسم این نیرو را F می‌گذاریم که اندازهٔ آن $10N$ است و جهت آن به سمت مثبت محور x است، بنابراین بردار نیروی $\vec{F}$ برابر است با:

$$\vec{F} = 10\vec{i}(N)$$

حالا به سراغ نیروی الکتریکی بین $8q_2$ و q_1 که آن را F' می‌نامیم، می‌رویم. چون q_1 و q_2 ناهم‌نام بودند، پس نیروی بین $8q_2$ و q_1 جاذبه است.

برای اندازهٔ این نیرو توجه کنیم که فاصلهٔ بین دو بار، ۲ برابر واندازهٔ یکی از بارها ۸ برابر شده است، بنابراین داریم:

$$F' = k\frac{|q_1|\times 8\times|q_2|}{(2r)^2} = \frac{8}{4}k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} = 2\times 10 = 20N$$

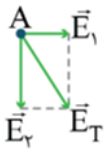
اما چون این نیرو جاذبه است، پس جهت آن به سمت مثبت محور xها است، یعنی بردار نیروی $\vec{F'}$ برابر است با: $\vec{F'} = 20\vec{i}(N)$

پس برایند نیروهای وارد بر q_1 برابر است:

$$\vec{F}_t = \vec{F} + \vec{F'} = 10\vec{i} + 20\vec{i} = 30\vec{i}\ (N)$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۶



اگر بردار $\vec{E}_T$ را تجزیه کنیم، به این صورت خواهد شد:

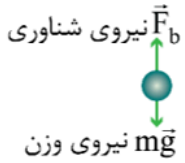
که اگر بار آزمونی در نقطهٔ A قرار داده شود، مشاهده می‌شود که باید بار q_2 منفی و بار q_1 مثبت باشد.

اندازهٔ میدان حاصل از بار q_2 از میدان حاصل از بار q_1 بزرگتر است، چون بردار برایند بیشتر به سمت $\vec{E}_2$ منحرف شده است (زاویه آن کمتر از ۴۵ درجه است.).

چون اندازهٔ میدان حاصل از بار q در فاصلهٔ r از آن برابر با $\frac{k|q|}{r^2}$ است و فاصلهٔ نقطهٔ A از بارهای q_1 و q_2 برابر است، پس باید اندازهٔ بار q_2 از اندازهٔ بار q_1 بزرگ‌تر باشد.

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۳۷



نیروهای وزن، شناوری وارد بر ذره را رسم می‌کنیم:

چون ذره باردار است، نیروی الکتریکی هم به ذره وارد می‌شود. برای تعیین جهت نیروی الکتریکی، باید از تعادل ذره کمک بگیریم.

$$\vec{F}_{net} = 0 \rightarrow m\vec{g} + \vec{F}_b + \vec{F}_E = 0$$

$$\rightarrow -mg + F_b + \vec{F}_E = 0 \rightarrow \vec{F}_E = mg - F_b$$

$$\rightarrow \vec{F}_E = 0/1\times 10^{-3}\times 10^{-3} \times 10 - 0/2\times 10^{-6} = 10^{-6} - 0/2\times 10^{-6} = 0/8\times 10^{-6}\ N$$

چون مقدار $\vec{F}_E$ مثبت شد، پس این نیرو رو به بالا است، یعنی:

$$\vec{F}_E = 0/8\times 10^{-6}\vec{j}\ (N)$$

حالا باید بار ذره را پیدا کنیم. ذره 5×10^6 الکترون از دست داده است، پس بار ذره مثبت است و داریم:

$$q = ne = 5\times 10^6 \times 1/6\times 10^{-19} = 8\times 10^{-13}\ C$$

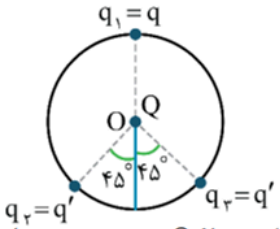
پس بردار میدان الکتریکی وارد بر ذره برابر است با:

$$\vec{F}_E = q\vec{E} \rightarrow \vec{E} = \frac{0/8\times 10^{-6}\vec{j}}{8\times 10^{-13}} = 10^6\vec{j}\left(\frac{N}{C}\right)$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۸



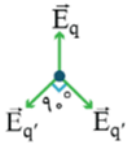
چون برایند نیروهای وارد بر بار Q برابر صفر است، پس باید میدان الکتریکی برایند در مرکز دایره برابر صفر باشد.
دو حالت ممکن است رخ بدهد:

۱- اگر q و q' ناهم‌نام باشند، برایند میدان‌ها در نقطهٔ O به‌صورت زیر خواهد شد. مثلاً اگر q مثبت و q' منفی باشد، میدان‌ها در نقطهٔ O به صورت زیر خواهند شد:



که در این حالت برایند میدان ها در نقطهٔ O صفر نخواهد شد.

۲- اگر q و q' هم‌نام باشند، میدان‌ها در نقطهٔ O به این صورت مقابل خواهند شد: (با فرض اینکه همه بارها منفی باشند).
که در این حالت برایند میدان‌ها در نقطهٔ O صفر می‌شود، بنابراین بارهای q و q' هم‌نام می‌باشند.
میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار q' بر هم عمودند، بنابراین بزرگی برایند میدان‌های حاصل از این دو بار برابر است با:



$$E' = \sqrt{E_{q'}^2 + E_{q'}^2} = \sqrt{2}E_{q'}$$

برای اینکه برایند میدان‌ها در نقطهٔ O صفر شود باید داشته باشیم:

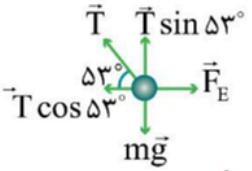
$$E_q = \sqrt{2}E_{q'}$$

چون بارها روی محیط دایره قرار گرفته‌اند و نقطهٔ O مرکز دایره است، پس فاصلهٔ همه بارها تا نقطهٔ O برابر با R (شعاع دایره) می‌باشد، بنابراین:

$$k\frac{|q|}{R^2} = \sqrt{2}k\frac{|q'|}{R^2} \rightarrow |q| = \sqrt{2}|q'| \xrightarrow{q,q' \text{هم‌نام‌هستند}} q = \sqrt{2}q'$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۹



T نیروی کشش نخ است و گلوله در حال تعادل است، بنابراین:

$$\text{تعادل}: \begin{cases} F_{net_x} = 0 \\ F_{net_y} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} |q|E = T\cos 53^\circ = T\sin 37^\circ = 0/6T \quad (1) \\ mg = T\sin 53^\circ = T\cos 37^\circ 0/8T \quad (2) \end{cases}$$

از تقسیم دو رابطهٔ (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{|q|E}{mg} = \frac{0/6}{0/8} = \frac{3}{4} \rightarrow E = \frac{3}{4}\frac{mg}{|q|} \xrightarrow{q>0} E = \frac{3}{4}\frac{mg}{q}$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۴۰

چون انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در جهت میدان کاهش یافته، پس بار q مثبت است. از طرفی می‌دانیم که $\Delta U_E = -W_E$ است، پس کار میدان الکتریکی از نقطهٔ A تا نقطهٔ C برابر است با:

$$W_E = -\Delta U_E = -(-5) = +5J$$

دقت کنید که جابه‌جایی موازی با خطوط میدان الکتریکی در محاسبهٔ کار اهمیت دارد، پس وقتی بار $-5q$ از مسیر (۲) جابجا می‌شود، جابه‌جایی موازی میدان مشابه با مسیر (۱) است و فرقی ندارند. فقط چون بار ۵- برابر شده پس کار هم ۵- برابر می‌شود.

$$W_{E(-5q)} = -5\times 5 = -25J$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۱ می‌دانیم که $W_E = -\Delta U_E$ و طبق قضیه کار - انرژی جنبشی $W_E = \Delta K$ است، بنابراین:

$$\Delta K = -\Delta U_E = -q\Delta V$$

ابتدا تندی ذره را وقتی به صفحهٔ B می‌رسد، پیدا می‌کنیم.

$$\rightarrow \frac{۱}{۲}m(v_B^۲ - v_A^۲) = -q(V_B - V_A)$$

$$\rightarrow \frac{۱}{۲}\times ۰/۲\times ۱۰^{-۹}\times ۱۰^{-۳}\times (v_B^۲ - ۲۵^۲) = -(-۵\times ۱۰^{-۱۲})\times (۰-۱۰)$$

$$\rightarrow ۰/۱\times ۱۰^{-۱۲}\times (v_B^۲ - ۶۲۵) = -۵\times ۱۰^{-۱۱}$$

$$\rightarrow v_B^۲ - ۶۲۵ = -۵۰۰ \rightarrow v_B^۲ = ۱۲۵$$

وقتی ذره به نیمهٔ راه می‌رسد، یعنی به نقطه‌ای رسیده که پتانسیل آن $\frac{۱۰+۰}{۲} = ۵$ ولت است. اسم این نقطه را C می‌گذاریم، بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{۱}{۲}m(v_C^۲ - v_A^۲) = -q(V_C - V_A)$$

$$\rightarrow \frac{۱}{۲}\times ۰/۲\times ۱۰^{-۹}\times ۱۰^{-۳}\times (v_C^۲ - ۲۵^۲) = -(-۵\times ۱۰^{-۱۲})\times (۵-۱۰)$$

$$\rightarrow ۰/۱\times ۱۰^{-۱۲}\times (v_C^۲ - ۶۲۵) = -۲۵\times ۱۰^{-۱۲}$$

$$\rightarrow v_C^۲ - ۶۲۵ = -۲۵۰ \rightarrow v_C^۲ = ۳۷۵$$

خواستهٔ سؤال $\frac{v_C}{v_B}$ است، بنابراین:

$$\frac{v_C^۲}{v_B^۲} = \frac{۳۷۵}{۱۲۵} = ۳ \rightarrow \frac{v_C}{v_B} = \sqrt{۳}$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۴۲ تراکم بار در نقاط نوک‌تیز بیشتر است، پس تراکم بار در نقطهٔ A از نقطهٔ B بیشتر است.

هم‌چنین بزرگی میدان الکتریکی در رسانا برابر صفر است، پس داریم:

$$\Delta V = Ed = ۰ \rightarrow V_C = V_D$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۳ ابتدا ظرفیت هر خازن را حساب می‌کنیم.

$$C_A = \frac{q_A}{V_A} = \frac{۵}{۸}\mu F$$

$$C_B = \frac{q_B}{V_B} = \frac{۵}{۴}\mu F$$

ظرفیت خازن B، ۲ برابر ظرفیت خازن A می‌باشد.

دقت کنید که ظرفیت یک خازن به ساختمان خازن وابسته است و به بار یا ولتاژ دو سر خازن بستگی ندارد، بنابراین موارد (الف) و (ج) نمی‌توانند ظرفیت خازن را تغییر بدهند. به بررسی موارد (ب) و (د) می‌پردازیم.

بین صفحات خازن A، در ابتدا هوا است. اگر کاغذ قرار دهیم، ظرفیت آن $\kappa = ۳/۵$ برابر می‌شود، که در این صورت ظرفیت آن با ظرفیت خازن B برابر نخواهد شد، بنابراین مورد (ب) هم نادرست است.

(د) اگر در خازن B، بجای میکا از کاغذ استفاده کنیم، یعنی ثابت دی‌الکتریک را نصف کنیم، طبق رابطهٔ $C = \kappa C$. ظرفیت آن نصف می‌شود.

$$C'_B = \frac{۱}{۲}C_B = \frac{۱}{۲}\times(\frac{۵}{۴}) = \frac{۵}{۸}\mu F$$

که با ظرفیت خازن A برابر خواهد شد.

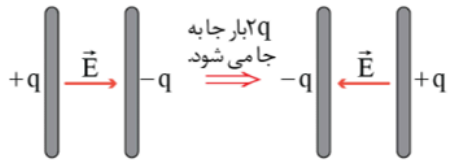
پس فقط یک مورد، یعنی مورد (د)، باعث یکسان شدن ظرفیت خازن‌ها می‌شود.

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۴۴

گام اول:

فرض کنید در ابتدا بار صفحهٔ مثبت برابر $+q$ و بار صفحهٔ منفی برابر $-q$ بوده است. با جابه‌جایی الکترون بین صفحه‌های خازن، اندازهٔ میدان ثابت مانده ولی جهت آن برعکس شده است، یعنی بار صفحهٔ مثبت اولیه به $-q$ تبدیل شده و بار صفحهٔ منفی اولیه به $+q$ تبدیل شده است، بنابراین $۲q$ بار بین دو صفحه جابه‌جا شده است.



$$\Delta q = ne \rightarrow ۲q = ۲/۵\times۱۰^{۱۱}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}$$

$$\rightarrow q = ۲\times۱۰^{-۸}C = ۲۰nC$$

گام دوم:

برای محاسبهٔ ظرفیت خازن می‌توان نوشت:

$$C = \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d} \rightarrow C = ۱\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times\frac{(۰/۵)^۲}{۰/۱\times۱۰^{-۳}} = ۲/۲۵\times۱۰^{-۸}F = ۲۲/۵nF$$

گام سوم:

انرژی ذخیره‌شده در خازن در حالت اولیه برابر است با:

$$U = \frac{۱}{۲}\frac{q^۲}{C} = \frac{۱}{۲}\times\frac{(۲۰)^۲}{۲۲/۵} = \frac{۸۰}{۹}nJ$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۵ اگر ولتاژ اولیهٔ خازن برابر V_1 باشد، ولتاژ نهایی آن برابر $V_2 = V_1 + ۴$ است، بنابراین با توجه به این که ظرفیت خازن ثابت است، داریم:

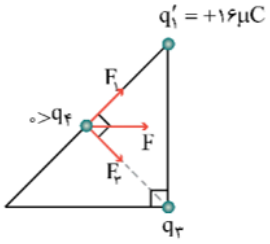
$$\begin{cases} U_1 = \frac{1}{2}CV_1^2 = 6V_1^2 \\ U_2 = \frac{1}{2}CV_2^2 = 6(V_1+4)^2 \end{cases} \rightarrow U_2 - U_1 = 6\left((V_1+4)^2 - V_1^2\right) \rightarrow 480 = 6(8V_1+16) \rightarrow V_1 = 8V$$

بار اولیهٔ خازن برابر است با:

$$q_1 = CV_1 = 12\times 8 = 96\mu C$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۴۶ با توجه به برابر بودن فاصلهٔ بارهای q_2 و q_1 از بار q_4، می‌توانیم بار q_2 را حذف کنیم و اندازهٔ آن را به بار q_1 اضافه کنیم. در نتیجه شکل زیر حاصل می‌شود.



چون فاصلهٔ بارهای q_1 و q_3 از q_4 برابر است و جهت نیروی خالص وارد بر q_4 در جهت $(+\vec{i})$ قرار گرفته است، متوجه می‌شویم که $q_4 < 0$ و $q_3 > 0$ است و همچنین $q_3 = +16\mu C$ واهد بود.

برای اینکه جهت نیروی خالص وارد شده بر q_4 در جهت $(+\vec{j})$ قرار گیرد، باید بار q_3 قرینه شود.

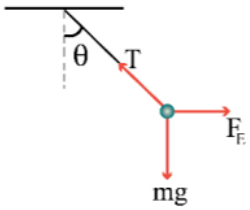
$$\Delta q_3 = ne \rightarrow (-16\times 10^{-6}) - (+16\times 10^{-6}) = n(-1/6\times 10^{-19}) \rightarrow n = 2\times 10^{14}$$

در نتیجه باید به تعداد 2×10^{14} الکترون به بار q_3 منتقل شود.

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۴۷ به گلوله ۳ نیروی وزن، طناب و الکتریکی وارد می‌شود و چون نیروهای وزن و الکتریکی بر هم عمودند و گلوله در تعادل قرار دارد، باید $T = \sqrt{(mg)^2 + (F_E)^2}$ باشد.

با توجه به اینکه حاصل $\frac{T}{mg} = \sqrt{2}$ است، داریم:



$$\cos\theta = \frac{mg}{T} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

$$\tan\theta = \frac{F_E}{mg} \xrightarrow{\tan 45^\circ = 1} F_E = mg$$

اگر فاصلهٔ گلوله تا بار q_1 را x در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} mg = 0/5\times 10 = 5N \\ F_E = F_1 - F_2 = \frac{k|q_1 q|}{x^2} - \frac{k|q_2 q|}{(33-x)^2} = \frac{90(6)(3)}{x^2} - \frac{(90)(32)(3)}{(33-x)^2} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{F_E = mg} 5 = \frac{90\times 6\times 3}{x^2} - \frac{90\times 32\times 3}{(33-x)^2}$$

$$x = 9cm$$

در پایان، مناسب‌تر است که گزینه‌ها را جای‌گذاری کنیم تا احتیاج به حل معادله نباشد.

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۸



$$\begin{cases} E' = E'_1 - E'_2 - E'_3 = \dfrac{k|q_1|}{r_1^2} - \dfrac{k|q_2|}{r_2^2} - \dfrac{k|q_3|}{r_3^2} = \dfrac{k}{10^{-4}}\left(\dfrac{q}{4} - \dfrac{q'}{25} - \dfrac{q}{169}\right) \\ E'' = E''_2 + E''_3 - E''_1 = \dfrac{k|q_2|}{r_2^2} + \dfrac{k|q_3|}{r_3^2} - \dfrac{k|q_1|}{r_1^2} = \dfrac{k}{10^{-4}}\left(\dfrac{q'}{100} + \dfrac{q}{4} - \dfrac{q}{169}\right) \end{cases}$$

اکنون اختلاف E' و E'' را به‌دست می‌آوریم.

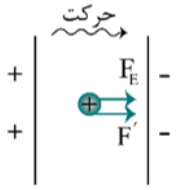
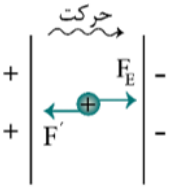
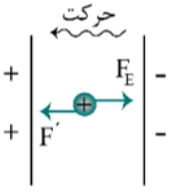
$$E'' - E' = \frac{k}{10^{-4}}\left(\frac{q'}{100} + \frac{q'}{25}\right) = \frac{k}{10^{-4}}\left(\frac{q'}{20}\right) \xrightarrow{k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}} E'' - E' = \frac{10^{-4}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \times 10^{-4}}\left(\frac{q'}{20}\right) \rightarrow q' = 2/4 \times 10^{-6}\,C = 2/4\,\mu C$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۴۹

بررسی موارد:

(فرض کنیم علامت بار q، مثبت است)

الف: چون نیروی خالص در جهت حرکت است، تندی افزایش می‌یابد. (✓)	ب: چون نیروی خالص در جهت حرکت است، تندی افزایش می‌یابد. (✗)	ج: چون نیروی خالص در جهت حرکت است، تندی افزایش می‌یابد. (✗)	د: چون ذره از حالت سکون رها شده است، امکان ندارد این حالت رخ دهد، زیرا اگر کار نیروی الکتریکی منفی و کار نیروی F' صفر باشد، کارکل انجام‌شده روی بار منفی است و انرژی جنبشی آن منفی می‌شود که امکان پذیر نیست. (✗)
			

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۵۰

دو سر کلید K_1 به سطح خارجی یک رسانا متصل است. از آنجایی‌که رسانا یک سطح هم‌پتانسیل است در نتیجه با وصل کردن کلید K_1، در سیم متصل به آن مبادله بار صورت نمی‌گیرد.

دو سر کلید K_2 به سطح خارجی دو رسانا متصل است. در نتیجه با بستن کلید K_2، دو حالت ممکن است رخ دهد:

۱ـ اگر دو رسانا، هم‌پتانسیل باشند ← بعد از وصل کلید K_2، مبادله بار خالص صورت نمی‌گیرد.

۲ـ اگر دو رسانا، هم‌پتانسیل نباشند ← بعد از وصل کلید K_2، مبادله بار خالص صورت می‌گیرد.

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۵۱ ابتدا ارتباط بین انرژی خازن با میدان الکتریکی را بدست می‌آوریم:

$$U=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}(\frac{\kappa\varepsilon_0 A}{d})(Ed)^2=\frac{\kappa\varepsilon_0 E^2 Ad}{2}\xrightarrow{V'=Ad:\text{حجم دی‌الکتریک}}U=\frac{\kappa\varepsilon_0 V'}{2}E^2$$

برای جلوگیری از اشتباه، حجم را با V' نشان داده‌ایم.

با توجه به نمودار خواهیم داشت:

$$\frac{U_2}{U_1}=(\frac{E_2}{E_1})^2\rightarrow\frac{U_1+720}{U_1}=(\frac{3}{1})^2\rightarrow U_1=90\mu J$$

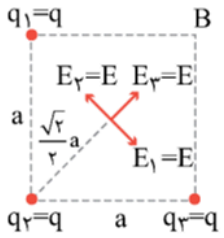
اکنون حجم دی‌الکتریک را به‌دست می‌آوریم.

$$U_1=\frac{\kappa\varepsilon_0 V'}{2}(E_1)^2\rightarrow 90\times10^{-6}=\frac{2/5\times9\times10^{-12}\times V'}{2}(10^6)^2\rightarrow V'=8\times10^{-6}m^3=8cm^3$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۵۲

گام اول:

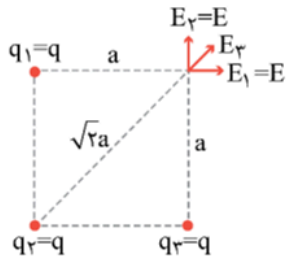


ابتدا میدان الکتریکی خالص را در مرکز مربع به‌دست می‌آوریم:

$$E_{\text{برآیند}}=E_3=\frac{kq}{(\frac{\sqrt{2}a}{2})^2}=2\frac{kq}{a^2}$$

گام دوم:

حال برای محاسبهٔ میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ B می‌توان نوشت:



$$E'_{\text{برآیند}}=\sqrt{2}E_1+E_3=\sqrt{2}\frac{kq}{a^2}+\frac{kq}{(\sqrt{2}a)^2}=\frac{kq}{a^2}(\sqrt{2}+\frac{1}{2})$$

گام سوم:

$$\frac{E_{\text{برآیند}}}{E'_{\text{برآیند}}}=\frac{2\frac{kq}{a^2}}{\frac{kq}{a^2}(\sqrt{2}+\frac{1}{2})}=\frac{2}{\sqrt{2}+\frac{1}{2}}=\frac{4}{2\sqrt{2}+1}=\frac{4}{2\sqrt{2}+1}\times\frac{2\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}-1}$$

$$=\frac{4(2\sqrt{2}-1)}{8-1}=\frac{4}{7}(2\sqrt{2}-1)$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۵۳ با توجه به پایستگی انرژی، می‌توان نوشت:

$$\Delta K=-\Delta U\rightarrow\frac{1}{2}m(v^2-v_0^2)=-(-E|q|d\cos\theta)$$

$$\rightarrow\frac{1}{2}\times5\times10^{-6}\times(v^2-0^2)=10^5\times5\times10^{-6}\times0/2\times1$$

$$\rightarrow v^2=4\times10^4\rightarrow v=200\frac{m}{s}$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۴

گام اول:

$$U=\frac{1}{2}CV^2 \rightarrow \frac{U_2}{U_1}=\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \xrightarrow{V_2=\frac{5}{4}V_1} \frac{U_1+180}{U_1}=\left(\frac{5}{4}\right)^2=\frac{25}{16}$$

$$\rightarrow 25U_1=16U_1+16\times 180 \rightarrow 9U_1=16\times 180 \rightarrow U_1=320\mu J$$

گام دوم:

برای محاسبهٔ بار الکتریکی اولیهٔ خازن می‌توان نوشت:

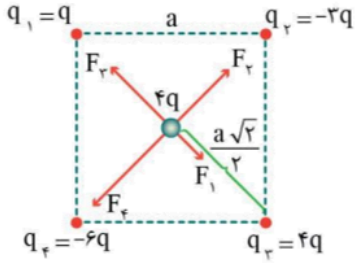
$$U_1=\frac{1}{2}\frac{q_1^2}{C} \rightarrow 320\times 10^{-6}=\frac{1}{2}\times\frac{q_1^2}{10\times 10^{-6}} \rightarrow q_1^2=6400\times 10^{-12}$$

$$\rightarrow q_1=80\times 10^{-6}C=80\mu C$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۵۵

نیروهای الکتریکی وارد بر بار مرکزی را محاسبه می‌کنیم.



$$F_1=\frac{kq\times 4q}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{8kq^2}{a^2}$$

$$F_2=3F_1=\frac{24kq^2}{a^2}$$

$$F_3=4F_1=\frac{32kq^2}{a^2}$$

$$F_4=6F_1=\frac{48kq^2}{a^2}$$

F_3 و F_1 برایند: $F_{1,3}=F_3-F_1=\frac{32kq^2}{a^2}-\frac{8kq^2}{a^2}=\frac{24kq^2}{a^2}$

F_4 و F_2 برایند: $F_{2,4}=F_4-F_2=\frac{48kq^2}{a^2}-\frac{24kq^2}{a^2}=\frac{24kq^2}{a^2}$

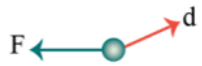
$$\rightarrow F_{کل}=\sqrt{(F_{1,3})^2+(F_{2,4})^2}=\frac{24kq^2}{a^2}\sqrt{2}$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۵۶

بررسی موارد:

الف: به بار منفی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود، بنابراین جابه‌جایی و نیروی الکتریکی زاویه‌ای بیش از ۹۰° دارند و کار نیروی الکتریکی منفی است.



$W_E<0$ (✓)

ب: چون از سایر نیروهای وارد بر بار اطلاع نداریم، اظهارنظر قطعی در مورد انرژی جنبشی ممکن نیست. (✗)

ج: تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی قرینهٔ کار میدان است، بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد. (✓)

$$\begin{cases}\Delta U=-W_E \\ W_E<0\end{cases} \rightarrow \Delta U>0$$

د: با حرکت در جهت خطوط میدان، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد، پس پتانسیل B کمتر از A است. (✓)

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۵۷

گام اول:

محاسبهٔ تغییرات بار الکتریکی

$$\Delta q = ne = ۵\times ۱۰^{۱۲}\times ۱/۶\times ۱۰^{-۱۹} = ۸\times ۱۰^{-۷}C = ۰/۸\mu C$$

گام دوم:

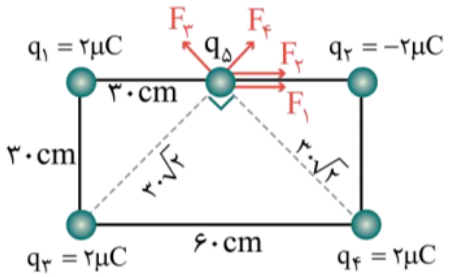
محاسبهٔ ظرفیت خازن

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{۰/۸}{۴} = ۰/۲\mu F$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۵۸

شکل مقابل نیروهای وارد بر $q_۵$ را نشان می‌دهد.



$$F_۱ = F_۲ = \frac{۹۰|q_۱||q_۵|}{r_{۱۵}^۲} = \frac{۹۰\times ۲\times ۱۰}{۳۰^۲} = ۲N$$

برایند $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$: $F_{۱,۲} = ۲+۲ = ۴N$ (به سمت راست)

$$F_۳ = F_۴ = \frac{۹۰|q_۳||q_۵|}{r_{۳۵}^۲} = \frac{۹۰\times ۲\times ۱۰}{(۳۰\sqrt{۲})^۲} = ۱N$$

برایند $\vec{F}_۳$ و $\vec{F}_۴$: $F_{۳,۴} = \sqrt{F_۳^۲ + F_۴^۲} = \sqrt{۱+۱} = \sqrt{۲}N$

بنابراین نیروی خالص برابر است با:

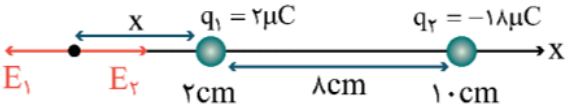


$$F_{کل} = \sqrt{۴^۲ + (\sqrt{۲})^۲} = \sqrt{۱۸}N = ۳\sqrt{۲}N$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۵۹

چون بارها ناهم‌نام هستند، میدان الکتریکی برایند در نقطه‌ای خارج از فاصلهٔ دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر صفر خواهد شد، بنابراین داریم:



$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow \frac{k|q_۱|}{r_۱^۲} = \frac{k|q_۲|}{r_۲^۲} \Rightarrow \frac{۲}{x^۲} = \frac{۱۸}{(۸+x)^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{x} = \frac{۳}{۸+x} \Rightarrow ۸+x = ۳x \Rightarrow x = ۴cm$$

بنابراین ۴cm سمت چپ بار $q_۱$ در مکان $x = -۲cm$، میدان برایند صفر می‌شود.

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۶۰ چون خازن به باتری وصل بوده، ولتاژ آن ثابت است و برای مقایسهٔ میدان الکتریکی می‌توان نوشت:

$$E=\frac{\overset{\text{ثابت}}{V}}{d}\Rightarrow\frac{E_۲}{E_۱}=\frac{d_۱}{d_۲}=\frac{d_۱}{\frac{۱۵۰}{۱۰۰}d_۱}=\frac{۲}{۳}$$

$$\xrightarrow{E_۲=E_۱-۲۰۰۰\frac{V}{m}}\frac{E_۱-۲۰۰۰}{E_۱}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow E_۱=۶۰۰۰\frac{V}{m}$$

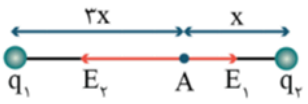
بنابراین فاصلهٔ اولیه برابر بوده است با:

$$E_۱=\frac{V}{d_۱}\Rightarrow ۶۰۰۰=\frac{۱۲}{d_۱}\Rightarrow d_۱=۰/۰۰۲m=۲mm$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۱ گام اول:

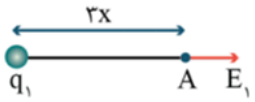
شکل زیر وضعیت میدان‌های الکتریکی در نقطهٔ A را در دو حالت نشان می‌دهد (با توجه به شرایط توصیف‌شده، $q_۱$ و $q_۲$ هم‌نام هستند).



$$\left|E_{\text{کل}}\right|=E_۲-E_۱$$

$$\left|E'_{\text{کل}}\right|=E_۱$$

$$\left|\frac{E'_{\text{کل}}}{E_{\text{کل}}}\right|=\frac{۱}{۲}$$



$$\Rightarrow\frac{E_۱}{E_۲-E_۱}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow E_۲=۳E_۱$$

بنابراین برای مقایسهٔ دو بار می‌توان نوشت:

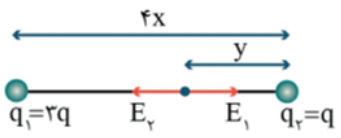
$$E=k\frac{|q|}{r^۲}\Rightarrow\frac{E_۲}{E_۱}=\frac{q_۲}{q_۱}\times(\frac{r_۱}{r_۲})^۲$$

$$\Rightarrow ۳=\frac{q_۲}{q_۱}\times ۳^۲\Rightarrow\frac{q_۲}{q_۱}=\frac{۱}{۳}$$

پس اگر بار $q_۲$ برابر q باشد، بار $q_۱$ برابر $۳q$ است.

گام دوم:

محل صفر شدن میدان در فاصلهٔ بین آن‌ها و نزدیک به بار کوچک‌تر است، بنابراین می‌توان نوشت:



$$E_۱=E_۲\Rightarrow k\frac{q_۱}{r_۱^۲}=k\frac{q_۲}{r_۲^۲}\Rightarrow\frac{۳q}{(۴x-y)^۲}=\frac{q}{y^۲}\Rightarrow\frac{\sqrt{۳}}{۴x-y}=\frac{۱}{y}\Rightarrow\sqrt{۳}y=۴x-y$$

$$\Rightarrow y(\sqrt{۳}+۱)=۴x\Rightarrow y=\frac{۴x}{\sqrt{۳}+۱}=\frac{۴}{۳-۱}(\sqrt{۳}-۱)x=۲(\sqrt{۳}-۱)x$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۶۲

گام اول:

تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی برابر است با:

$$\Delta U = q\Delta V = -۱۰\times۱۰^{-۹}\times(۱۲۰-(-۲۰)) = -۱/۴\times۱۰^{-۶}\,J$$

گام دوم:

با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$\Delta U+\Delta K=۰\Rightarrow \Delta K=-\Delta U=۱/۴\times۱۰^{-۶}\,J$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv^{۲}=۱/۴\times۱۰^{-۶}\Rightarrow \frac{۱}{۲}\times۷\times۱۰^{-۹}\times v^{۲}=۱/۴\times۱۰^{-۶}$$

$$\Rightarrow v^{۲}=۴۰۰\Rightarrow v=۲۰\frac{m}{s}$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۳

اگر اختلاف بار دو صفحه برابر q باشد، بار صفحهٔ مثبت برابر $\frac{q}{۲}$ و بار صفحهٔ منفی برای $\frac{-q}{۲}$ است، بنابراین بار ذخیره‌شده در خازن برابر $\frac{q}{۲}$ است و انرژی ذخیره‌شده در آن برابر است با:

$$U=\frac{۱}{۲}\frac{(\frac{q}{۲})^{۲}}{C}=\frac{۱}{۲}\times\frac{\frac{q^{۲}}{۴}}{۱۲}=\frac{q^{۲}}{۹۶}\mu J$$

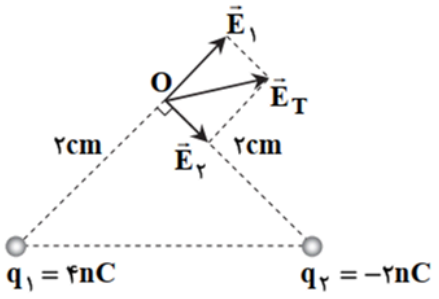
در حالت دوم، با جابه‌جا کردن $۸\mu C$ بار الکتریکی، بار خازن به $\frac{q}{۲}+۸\mu C$ می‌رسد و داریم:

$$U'=\frac{۱}{۲}\frac{(\frac{q}{۲}+۸)^{۲}}{C}=\frac{۱}{۲}\frac{(\frac{q}{۲}+۸)^{۲}}{۱۲}=\frac{\frac{q^{۲}}{۴}+۸q+۶۴}{۲۴}=\frac{q^{۲}}{۹۶}+\frac{q}{۳}+\frac{۸}{۳}\mu J$$

$$\Rightarrow U'-U=\frac{q}{۳}+\frac{۸}{۳}\Rightarrow \frac{q}{۳}+\frac{۸}{۳}=۶\Rightarrow q=۱۰\mu C$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۴



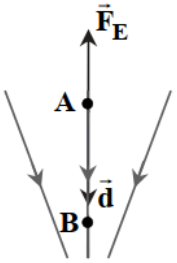
$$E=k\frac{|q|}{r^{۲}}\Rightarrow\begin{cases}E_۱=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۴\times۱۰^{-۹}}{۲^{۲}\times۱۰^{-۴}}=۹\times۱۰^{۴}\,\frac{N}{C}\\ E_۲=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۲\times۱۰^{-۹}}{۲^{۲}\times۱۰^{-۴}}=\frac{۹}{۲}\times۱۰^{۴}\,\frac{N}{C}\end{cases}$$

$$E_T=\sqrt{E_۱^{۲}+E_۲^{۲}}=\frac{۹\sqrt{۵}}{۲}\times۱۰^{۴}\,\frac{N}{C}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۶۵ با توجه به شکل روبه‌رو که نیروی الکتریکی وارد بر الکترون و بردار جابه‌جایی را نشان می‌دهد، کار نیروی الکتریکی در این جابه‌جایی منفی است (چون $\theta = ۱۸۰^\circ$)، پس داریم:



$$\Delta U_E = -W_E \Rightarrow \Delta U_E > ۰ \xrightarrow[q<۰]{\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q}} \Delta V < ۰$$

نکته: هرگاه در جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم، انرژی پتانسیل الکتریکی بارِ مثبت، کاهش و انرژی پتانسیل الکتریکی بارِ منفی، افزایش می‌یابد. همچنین با حرکت در جهت خطوط میدان، بدون توجه به نوع بار، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۶

$$Q = -ne \Rightarrow Q = -۱۰^{۱۶} \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} = -۱/۶ \times ۱۰^{-۳}\,C$$

بنابراین بار صفحهٔ منفی خازن $-۱/۶ \times ۱۰^{-۳}\,C$ و به‌طور کلی بار خازن $Q = ۱/۶ \times ۱۰^{-۳}\,C$ است.

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow V = \frac{Q}{C} = \frac{۱/۶ \times ۱۰^{-۳}}{۸۰ \times ۱۰^{-۶}} = ۲۰V$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۷ چون نایلون در جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی به انتهای مثبت سری نزدیک‌تر است، در اثر مالش با تفلون، الکترون از دست می‌دهد و بار آن مثبت می‌شود:

$$q = +ne = +۵ \times ۱۰^{۱۰} \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} = +۸ \times ۱۰^{-۹}\,C = +۸\,nC$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۸ ابتدا فاصلهٔ بار $q_۲$ تا $q_۳$ (r') را تعیین می‌کنیم. چون نیروی خالص وارد بر $q_۳$ صفر است، اندازهٔ نیرویی که از طرف دو بار دیگر به آن وارد می‌شوند، برابر است. بنابراین:

$$F_{۱,۳} = F_{۲,۳} \Rightarrow k\frac{|q_۱||q_۳|}{r^۲} = k\frac{|q_۲||q_۳|}{r'^۲} \Rightarrow \frac{۴ \times ۱۰^{-۶}}{۲^۲} = \frac{۱ \times ۱۰^{-۶}}{r'^۲} \Rightarrow r' = ۱m$$

اکنون نیروی هریک از بارهای $q_۱$ و $q_۳$ را بر بار $q_۲$ تعیین می‌کنیم:

$$F_{۱,۲} = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲} = ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{۴ \times ۱ \times ۱۰^{-۱۲}}{۱^۲} \Rightarrow F_{۱,۲} = ۰/۰۳۶\,N$$

$$\vec{F}_{net_۲} = \vec{F}_{۱,۲} + \vec{F}_{۳,۲} \Rightarrow ۰/۰۴۵ = \left|۰/۰۳۶\vec{i} + \vec{F}_{۳,۲}\right| \Rightarrow F_{۳,۲} = ۰/۰۰۹\,N$$

$$F_{۳,۲} = k\frac{|q_۳||q_۲|}{r^۲} \Rightarrow ۰/۰۰۹ = ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{|q_۳| \times ۱}{۱^۲} \Rightarrow |q_۳| = ۱\mu C$$

با توجه به اینکه نیروی $۰/۰۴۵\,N$ از $۰/۰۳۶\,N$ بیشتر است، پس نیروی $\vec{F}_{۳,۲}$ و $\vec{F}_{۱,۲}$ باید هم‌جهت باشند. ازاین‌رو بار $q_۳$ منفی است. یعنی $q_۳ = -۱\mu C$ است.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۹

$$q'_۱ = q'_۲ = \frac{-۵q_۱ + q_۱}{۲} = -۲q_۱$$

حالت اول: $q_۱$ ●---------- $-۵q_۱$ $\quad F = \frac{kq_۱ \times ۵q_۱}{d^۲} = \frac{۵kq_۱^۲}{d^۲}$

حالت دوم: $-۲q_۱$ ●---------- $-۲q_۱$ $\quad F' = \frac{k(۲q_۱)(۲q_۱)}{d^۲} = \frac{۴kq_۱^۲}{d^۲}$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{۴}{۵}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۷۰

$$\vec{F} = ۱۰^{-۷}\vec{i} - ۹\times ۱۰^{-۷}\vec{j}$$

$$F_{۳۱} = ۱۰^{-۷}N \Rightarrow ۱۰^{-۷} = ۹\times ۱۰^{۹}\times \frac{|۱۰^{-۹}\times q_۳|}{۰/۳^{۲}} \Rightarrow |q_۳| = ۱۰^{-۹}C = ۱nC$$

چون نیروی بین $q_۱$ و $q_۳$ جاذبه است؛ پس باید $q_۳$ منفی باشد و در نتیجه $q_۳ = -۱nC$ است.

$$F_{۲۱} = ۹\times ۱۰^{-۷}N \Rightarrow ۹\times ۱۰^{-۷} = ۹\times ۱۰^{۹}\times \frac{|۱۰^{-۹}\times q_۲|}{۰/۱^{۲}} \Rightarrow |q_۲| = ۱۰^{-۹}C = ۱nC$$

چون نیروی وارد بر $q_۱$ از جانب $q_۲$ دافعه است، پس باید بار $q_۲$ مثبت باشد.

$$q_۲ = +۱nC$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۷۱

با توجه به دافعه بودن نیروی بین دو ذره و مثبت بودن مجموع بار آن‌ها، مشخص می‌شود که بار هر دو مثبت است.

$$F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^{۲}} \Rightarrow ۴\times ۱۰^{-۳} = ۹\times ۱۰^{۹}\times \frac{q_۱q_۲}{(۳)^{۲}} \Rightarrow q_۱q_۲ = ۴\times ۱۰^{-۱۲}C^{۲} = ۴(\mu C)^{۲}$$

$$\left.\begin{array}{l} q_۲ + q_۱ = ۵\,\mu C \\ q_۱q_۲ = ۴(\mu C)^{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow q_۱(۵ - q_۱) = ۴ \Rightarrow ۵q_۱ - q_۱^{۲} = ۴ \Rightarrow q_۱^{۲} - ۵q_۱ + ۴ = ۰ \Rightarrow (q_۱ - ۱)(q_۱ - ۴) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q_۱ = ۱\mu C \ , \ q_۲ = ۴\mu C \\ \text{یا} \\ q_۱ = ۴\mu C \ , \ q_۲ = ۱\mu C \end{cases}$$

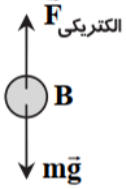
بنابراین، بار کوچک‌تر برابر $۱\mu C$ و بار بزرگ‌تر برابر $۴\mu C$ است.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۷۲

اگر n الکترون از یک گلوله به دیگری منتقل شود، بار یک گلوله برابر $+ne$ و بار گلولهٔ دیگر برابر $-ne$ خواهد شد.

به گلولهٔ B، دو نیروی وزن و نیروی الکتریکی حاصل از جاذبهٔ بین دو بار وارد می‌شود؛ چون گلولهٔ B معلق مانده، برایند نیروهای وارد بر آن صفر است.



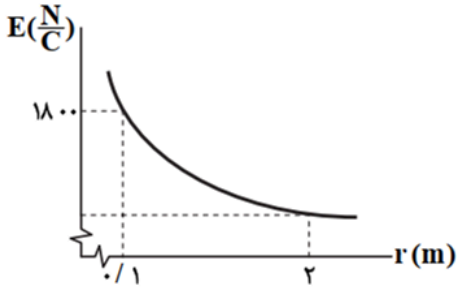
$$F_{\text{الکتریکی}} = k\frac{|q_A||q_B|}{r^{۲}}$$

$$mg = F_{\text{الکتریکی}} = k\frac{ne\times ne}{d^{۲}} \Rightarrow d^{۲} = \frac{k}{mg}\times (ne)^{۲} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{k}{mg}}\times (ne) = (\sqrt{\frac{k}{g}}\times e)\frac{n}{\sqrt{m}}$$

پس d با n و $\frac{۱}{\sqrt{m}}$ متناسب است.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۷۳



$$E_1 = k\frac{|q|}{r_1^2} \Rightarrow ۱۸۰۰ = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{|q|}{۰/۱^۲} \Rightarrow |q| = ۲\times۱۰^{-۹} = ۲nC$$

$$E_2 = k\frac{|q|}{r_2^2} \Rightarrow E_2 = \frac{۹\times۱۰^۹ \times ۲\times۱۰^{-۹}}{۲^۲} = ۴/۵\frac{N}{C}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۷۴

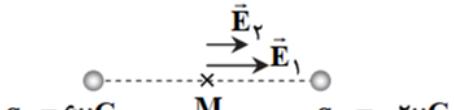
$$E = k\frac{|q|}{r^۲} \Rightarrow \frac{E_B}{E_A} = (\frac{r_A}{r_B})^۲ = (\frac{۱}{۲})^۲ = \frac{۱}{۴}$$

با توجه به جهت $\vec{E}_A$ مشخص می‌شود که بار q منفی است؛ در نتیجه میدان در نقطهٔ B، در جهت $+\vec{i}$ خواهد بود.

$$\vec{E}_B = E_B\vec{i} = \frac{۱}{۴}\times(۴\times۱۰^۵\ \frac{N}{C})\vec{i} = (۱۰^۵\ \frac{N}{C})\vec{i}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۷۵



$$E = k\frac{|q|}{r^۲} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۶\times۱۰^{-۶}}{۸^۲} = \frac{۲۷}{۳۲}\times۱۰^۳\ \frac{N}{C} \\ E_2 = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۲\times۱۰^{-۶}}{۸^۲} = \frac{۹}{۳۲}\times۱۰^۳\ \frac{N}{C} \end{cases}$$

با توجه به شکل، میدان‌های $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ هم‌جهت هستند، پس:

$$E_T = E_1 + E_2 = \frac{۲۷}{۳۲}\times۱۰^۳ + \frac{۹}{۳۲}\times۱۰^۳ = \frac{۳۶}{۳۲}\times۱۰^۳ = \frac{۹}{۸}\times۱۰^۳\ \frac{N}{C}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۷۶

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4$$

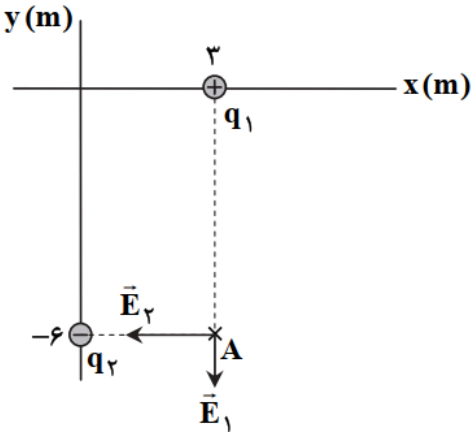
هنگامی که علامت هر بار قرینه شود، میدان حاصل از آن‌ها نیز قرینه می‌گردد، پس:

$$\vec{E}'_T = -\vec{E}_1 - \vec{E}_2 - \vec{E}_3 - \vec{E}_4 = -\vec{E}_T$$

در نتیجه، جهت بردار میدان الکتریکی برایند ۱۸۰° تغییر می‌کند.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۷۷



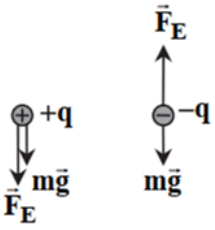
$$E = \frac{k|q|}{r^۲} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۴\times۱۰^{-۶}}{۶^۲} = ۱۰^۳\ \frac{N}{C} \\ E_2 = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۳\times۱۰^{-۶}}{۳^۲} = ۳\times۱۰^۳\ \frac{N}{C} \end{cases}$$

$$\vec{E}_T = (-۳\times۱۰^۳\ \frac{N}{C})\vec{i} + (-۱۰^۳\ \frac{N}{C})\vec{j}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۷۸ نیروهای وارد بر بارها مطابق شکل روبه‌رو است:



$$F_E = |q|E$$

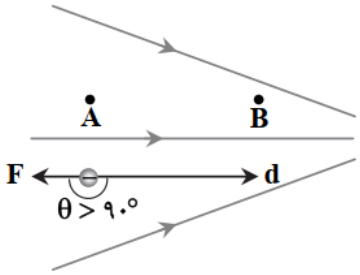
$$F_T = ma \Rightarrow a = \frac{F_T}{m}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{شتاب ذرهٔ مثبت} = \dfrac{|q|E + mg}{m} = 3a \\ \text{شتاب ذرهٔ منفی} = \dfrac{|q|E - mg}{m} = a \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{|q|E + mg}{|q|E - mg} = 3$$

$$\Rightarrow |q|E + mg = 3|q|E - 3mg \Rightarrow 4mg = 2|q|E \Rightarrow |q| = \frac{2mg}{E} = \frac{2\times 60\times 10^{-3}\times 10}{3\times 10^{5}} \Rightarrow q = 4\times 10^{-6}\,C = 4\,\mu C$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۷۹ نیرویی که میدان الکتریکی بر بار منفی وارد می‌کند، در خلاف جهت میدان است. در شکل روبه‌رو، در سراسر جابه‌جایی از A تا B، زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی بزرگ‌تر از ۹۰° است و کار نیروی میدان منفی می‌شود. از طرفی با حرکت در جهت خطوط میدان، پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می‌یابد $(V_A > V_B)$.



(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸۰ سطح خارجی مشترک گوی و کره همان سطح خارجی کره خواهد بود. ازاین‌رو تمام بار فقط در سطح خارجی کره قرار خواهد گرفت.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸۱

$$\left.\begin{array}{l} U_B - U_A = -|q|EdCos\theta = -|q|EdCos90^\circ = 0 \\ U_C - U_B = -\left|-2\times 10^{-9}\right|\times 5\times 10^{6}\times 0/3\times Cos0^\circ = -3\times 10^{-3}\,J = -3mJ \end{array}\right\} \Rightarrow U_C - U_A = -3mJ$$

نیروی الکتریکی وارد بر بار $-2nC$ به‌طرف چپ بوده و جابه‌جایی از B تا C هم به‌طرف چپ است؛ ازاین‌رو در محاسبهٔ $U_C - U_B$، زاویهٔ θ برابر صفر خواهد بود.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸۲ چنانچه در جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی کم می‌شود. در این سؤال V_N از V_M کمتر بوده، پس جهت خطوط میدان به‌طرف پایین است.

$$|\Delta V| = Ed \Rightarrow 80 = 8000\,d \Rightarrow d = \frac{1}{100}\,m = 1\,cm$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸۳ پاسخ: گزینهٔ ۱

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۸۴

حالت اول : $+q \xrightarrow{F} \quad \xleftarrow{F} -q$ ، r $\Rightarrow F = \frac{kq^2}{r^2}$

حالت دوم : $q-(\frac{q}{3})$ ، $-q+(\frac{q}{3})$ ، r $\Rightarrow$ $\frac{2q}{3} \xrightarrow{F'} \quad \xleftarrow{F'} -\frac{2q}{3}$ ، r $\Rightarrow F' = \frac{k\left|\frac{2}{3}q\right|\left|-\frac{2}{3}q\right|}{r^2} = \frac{\frac{4}{9}kq^2}{r^2}$

توجه: اگر از بار $-q$ نیز $-\frac{q}{3}$ را کم نموده و به بار $+q$ اضافه کنیم پاسخ تغییر نخواهد کرد.

$$\frac{F'}{F} = \frac{\frac{4}{9}k\frac{q^2}{r^2}}{k\frac{q^2}{r^2}} = \frac{4}{9}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸۵

به هر بار دو نیرو وارد می‌شود؛ یکی از طرف میدان یکنواخت و دیگری از طرف بار مقابل.

بزرگی نیروی بین دو بار $= F = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2} = 9\times10^9 \times \frac{2\times1\times10^{-18}}{9\times10^{-4}} = 2\times10^{-5}\ N$

نیرویی که میدان به بار q_1 وارد می‌کند: $F_1 = E|q_1| = 10^4 \times 2\times10^{-9} = 2\times10^{-5}\ N$

نیرویی که میدان به بار q_2 وارد می‌کند: $F_2 = E|q_2| = 10^4 \times 1\times10^{-9} = 10^{-5}\ N$

وضعیت نیروها در لحظهٔ رها شدن بارها مطابق شکل زیر است. در این لحظه برایند نیروهای وارد بر ذرهٔ q_1 صفر است، اما برایند نیروهای وارد بر q_2 به‌سمت چپ است، پس بار q_2 به‌سمت بار q_1 حرکت می‌کند و به‌محض حرکت بار q_2، فاصلهٔ دو بار کاهش پیدا می‌کند و نیروی کولنی بین دو بار افزایش می‌یابد؛ اما نیروهایی که از طرف میدان وارد می‌شود، ثابت است. در نتیجه برایند نیروهای وارد بر بار q_1 به‌سمت راست و برایند نیروهای وارد بر q_2 به‌سمت چپ خواهد شد، پس هر دو به‌سمت هم حرکت می‌کنند.

q_1: $2\times10^{-5}\ N \rightarrow$ $\quad$ $\leftarrow 2\times10^{-5}\ N$ $\quad$ q_2: $2\times10^{-5}\ N \rightarrow$ $\quad$ $\leftarrow 10^{-5}\ N$

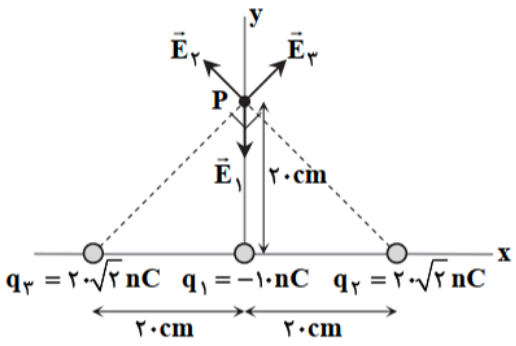
(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۸۶

میزان تراکم خطوط میدان الکتریکی در هر ناحیه از فضا، نشان‌دهندهٔ اندازهٔ میدان الکتریکی در آن ناحیه است؛ بنابراین گرچه در گزینهٔ ۱ میدان الکتریکی یکنواخت نیست، اندازهٔ میدان الکتریکی در نقاط A و B یکسان است.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۸۷



$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{9\times10^9\times10\times10^{-9}}{(0/2)^2} = \frac{9000}{4} = 2250\frac{N}{C}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_1 = (-2250\frac{N}{C})\vec{j}$$

$$E_2 = E_3 = \frac{9\times10^9\times20\sqrt{2}\times10^{-9}}{(0/2\sqrt{2})^2} = \frac{9000\sqrt{2}}{4} = 2250\sqrt{2}\frac{N}{C}$$

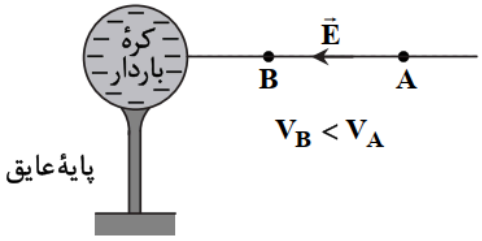
$$E_{2,3} = E_2\sqrt{2} = 4500\frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E}_{2,3} = (+4500\frac{N}{C})\vec{j}$$

$$\vec{E}_t = \vec{E}_1 + \vec{E}_{2,3} = (+2250\frac{N}{C})\vec{j}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۸۸



$$U_B - U_A = q(V_B - V_A) \Rightarrow -۴\times۱۰^{-۳} = q(۱۰۰۰ - ۵۰۰۰)$$
$$\Rightarrow -۴\times۱۰^{-۳} = q(-۴\times۱۰^{۳}) \Rightarrow q = +۱\times۱۰^{-۶} = +۱\mu C$$

با توجه به اینکه هر اندازه به کره نزدیک می‌شویم پتانسیل الکتریکی کمتر می‌شود ($V_B < V_A$)، می‌توان نتیجه گرفت که در جهت میدان حرکت می‌کنیم. از طرفی برای آنکه خط میدان به‌طرف کره باشد و به آن ختم شود، باید بار کره منفی باشد.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸۹

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{۱۴۰\times۱۰^{-۱۲}}{۱۰} = ۱/۴\times۱۰^{-۱۱}\,F$$

$$C = \kappa\varepsilon_{۰}\frac{A}{d} \Rightarrow ۱/۴\times۱۰^{-۱۱} = ۷\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times\frac{۴\times۱۰^{-۴}}{d} \Rightarrow d = ۱۸\times۱۰^{-۴}\,m = ۱/۸\,mm$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۰

$$C = \kappa\varepsilon_{۰}\frac{A}{d} \Rightarrow C_۱ = ۵C_۲$$

$$U_۲ - U_۱ = \frac{۱}{۲}C_۲V^{۲} - \frac{۱}{۲}C_۱V^{۲} = \frac{۱}{۲}(C_۲ - C_۱)\mathscr{E}^{۲} \Rightarrow -۱۶۰\mu J = \frac{۱}{۲}\times(C_۲ - ۵C_۲)\times۱۰^{۲} \Rightarrow C_۲ = ۰/۸\mu F$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۱

ظرفیت خازن به‌اندازهٔ بار خازن و نیز اختلاف‌پتانسیل دو سر آن بستگی ندارد. به‌همین جهت با افزایش اختلاف‌پتانسیل صفحات خازن، ظرفیت آن بی‌تغییر باقی می‌ماند. اما طبق رابطهٔ $C = \frac{Q}{V}$، بار خازن افزایش پیدا می‌کند.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۹۲

وقتی بار یکی از صفحه‌ها $+۱\mu C$ و بار صفحهٔ دیگر $-۱\mu C$ است، برای سادگی می‌گوییم بار خازن $۱\mu C$ است.

$$Q = ۱\mu C = ۱۰^{-۶}\,C$$

$$U = \frac{۱}{۲}\frac{Q^{۲}}{C} \Rightarrow ۰/۰۰۱ = \frac{۱}{۲}\times\frac{(۱۰^{-۶})^{۲}}{C} \Rightarrow C = ۵\times۱۰^{-۱۰}\,F$$

$$C = \kappa\varepsilon_{۰}\frac{A}{d} \Rightarrow ۵\times۱۰^{-۱۰} = ۱\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times\frac{۵۰۰\times۱۰^{-۴}}{d} \Rightarrow d = ۰/۹\,mm$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

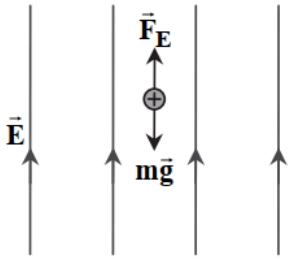
۹۳

$$\frac{F_{۰۱}}{F_{۰۲}} = \frac{k\frac{|q_{۰}||q_{۱}|}{r^{۲}}}{k\frac{|q_{۰}||q_{۲}|}{(۳r)^{۲}}} = \frac{\frac{q_{۰}^{۲}}{r^{۲}}}{\frac{۴q_{۰}^{۲}}{۹r^{۲}}} = \frac{۹}{۴}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۹۴ نیروی الکتریکی، نیروی وزن را خنثی کرده، پس نیروی الکتریکی رو به بالا است. از طرفی بار q مثبت است، پس جهت خطوط میدان الکتریکی نیز رو به بالا بوده است.



$$F_E = mg \Rightarrow |q|E = mg \Rightarrow E = \frac{۱/۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰}{۳۰\times۱۰^{-۹}} = ۵\times۱۰^{۵}\ \frac{N}{C}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

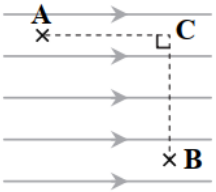
۹۵ وقتی دی‌الکتریک بین صفحات خازن را برمی‌داریم، طبق رابطهٔ $C = \kappa C_{\circ}$، ظرفیت آن $\frac{۱}{۵}$ حالت قبل می‌شود.

$$C_۲ = \frac{۱}{۵}C_۱ \Rightarrow \frac{Q_۲}{V_۲} = \frac{۱}{۵}\frac{Q_۱}{V_۱} \xrightarrow{Q_۱=Q_۲} V_۲ = ۵V_۱$$

$$E_۲ = \frac{V_۲}{d_۲} \xrightarrow{d_۲=d_۱} E_۲ = \frac{۵V_۱}{d_۱} = ۵E_۱$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۶ در شکل روبه‌رو، $V_B = V_C$ است. از سوی دیگر برای تعیین اختلاف‌پتانسیل الکتریکی میان نقاط A و C داریم:



$$\Delta V_{AC} = -Ed = -۴\times۱۰^{۴}\times۰/۲ = -۸۰۰۰V$$

$$\Rightarrow V_C - V_A = -۸۰۰۰V \xrightarrow{V_C=V_B} V_B - V_A = -۸kV$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۷

$$U = \frac{۱}{۲}\frac{Q^{۲}}{C} \Rightarrow ۹\times۱۰^{-۶}\times۳/۶\times۱۰^{۶} = \frac{۱}{۲}\times\frac{(۱۰۸\times۱۰^{-۳})^{۲}}{C} \Rightarrow C = ۱۸۰\mu F$$

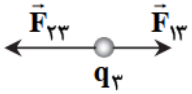
(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۸

$$F_{۱۳} = k\frac{|q_۱||q_۳|}{r_{۱۳}^{۲}} = ۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۵\times۱۰^{-۹}\times۸\times۱۰^{-۹}}{۳^{۲}\times۱۰^{-۴}} = ۴۰\times۱۰^{-۵}\ N$$

$$F_{۲۳} = k\frac{|q_۲||q_۳|}{r_{۲۳}^{۲}} = ۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۲\times۱۰^{-۹}\times۸\times۱۰^{-۹}}{۱\times۱۰^{-۴}} = ۱۴۴\times۱۰^{-۵}\ N$$

دو بار الکتریکی هم‌نام یکدیگر را دفع می‌کنند و دو بار الکتریکی ناهم‌نام همدیگر را جذب می‌کنند؛ بنابراین جهت نیروهای الکتریکی وارد بر $q_۳$ به‌صورت شکل روبه‌رو است:

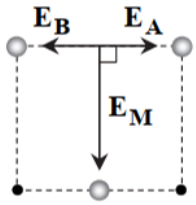


$$\vec{F}_{T_۳} = (-۱۴۴\times۱۰^{-۵}\ N)\vec{i} + (۴۰\times۱۰^{-۵}\ N)\vec{i} \Rightarrow \vec{F}_{T_۳} = (-۱۰۴\times۱۰^{-۵}\ N)\vec{i}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۹۹ ابتدا میدان هر سه بار را در نقطهٔ P حساب می‌کنیم:



$$E_A = \frac{k(2q)}{(\frac{d}{2})^2} = 8\frac{kq}{d^2} = 8E$$

$$E = \frac{kq}{d^2} \Rightarrow E_B = \frac{k(3q)}{(\frac{d}{2})^2} = 12\frac{kq}{d^2} = 12E$$

$$E_M = \frac{k(16q)}{d^2} = 16\frac{kq}{d^2} = 16E$$

میدان‌های حاصل از A و B در یک راستا و در خلاف جهت یکدیگرند؛ بنابراین $E_{A,B} = E_B - E_A = 4E$ می‌شود.

از طرفی دیگر $\vec{E}_{A,B}$ و $\vec{E}_M$ برهم عمودند؛ بنابراین حاصل برایند آن‌ها برابر است با:

$$E_t = \sqrt{(4E)^2 + (16E)^2} = 4E\sqrt{1^2 + 4^2} = 4\sqrt{17}E$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۰۰ چون در حرکت از B به A در خلاف سوی میدان حرکت می‌کنیم، پتانسیل الکتریکی زیاد می‌شود، پس $V_A - V_B = +40\,V$ است.

$$W_{\text{میدان}} = -\Delta U_E = -q\,\Delta V = -q\,(V_A - V_B) = -0/2 \times (+40) = -8\,\mu J$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۰۱ تراکم خطوط در نقطهٔ A بیشتر از B است، پس $E_A > E_B$ است و با توجه به اینکه جهت خطوط میدان از صفحه به‌سمت ذره است، پس $q_1 < 0$ و $q_2 > 0$ است.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۰۲ چون خازن پس از شارژ از باتری جدا شده است، بار آن ثابت می‌ماند.

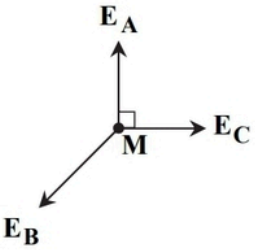
$$\frac{U'}{U} = \frac{\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C'}}{\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}} = \frac{C}{C'} = \frac{\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}}{\kappa'\varepsilon_0\frac{A}{d}} = \frac{\kappa}{\kappa'} \Rightarrow \frac{U + \frac{25}{100}U}{U} = \frac{2}{\kappa'} \Rightarrow \kappa' = 1/6$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۰۳

در حالت اول: میدان الکتریکی حاصل از هر ۳ گوی را محاسبه می‌کنیم:



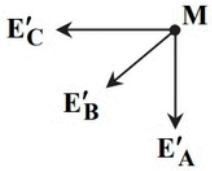
$$E=\frac{k|q|}{r^2}\Rightarrow\begin{cases}E_A=\dfrac{kq}{r^2}\\ E_B=\dfrac{5kq}{2r^2}\\ E_C=\dfrac{kq}{r^2}\end{cases}$$

در نهایت میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M را به‌دست می‌آوریم:

$$E_{A,C}=\sqrt{E_A^2+E_C^2}\Rightarrow E_{A,C}=\sqrt{\frac{k^2q^2}{r^4}+\frac{k^2q^2}{r^4}}=\frac{\sqrt{2}kq}{r^2}$$

$$E_t=E_B-E_{A,C}=\frac{5kq}{2r^2}-\frac{\sqrt{2}kq}{r^2}\Rightarrow E_t=\frac{kq(5-2\sqrt{2})}{2r^2}$$

در حالت دوم: اندازهٔ بار هر گوی پس از تماس را محاسبه می‌کنیم:



مجموع بارها: $-q-q+5q=3q$

باری که هر گوی پس از تماس به‌دست می‌آورد، برابر با $\frac{3q}{3}=q$ می‌شود.

با توجه به میدان الکتریکی حاصل از بارهای جدید داریم:

$$E=\frac{k|q'|}{r^2}\Rightarrow\begin{cases}E'_A=\dfrac{kq}{r^2}\\ E'_B=\dfrac{kq}{2r^2}\\ E'_C=\dfrac{kq}{r^2}\end{cases}$$

$$E'_{A,C}=E'_A+E'_C=\frac{\sqrt{2}kq}{r^2}$$

$$E'_t=E'_{A,C}+E'_B=\frac{\sqrt{2}kq}{r^2}+\frac{kq}{2r^2}=\frac{(2\sqrt{2}+1)kq}{2r^2}$$

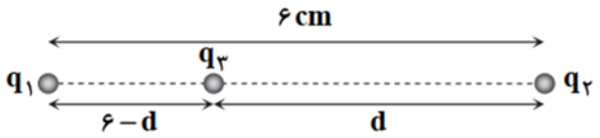
حالا نسبت خواسته‌شده را می‌یابیم:

$$\frac{E'_t}{E_t}=\frac{\frac{(2\sqrt{2}+1)}{2}\frac{kq}{r^2}}{\frac{(5-2\sqrt{2})}{2}\frac{kq}{r^2}}=\frac{2\sqrt{2}+1}{5-2\sqrt{2}}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

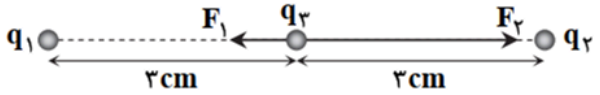
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۰۴ در حالت اول از آنجایی که بار q_1 و q_2 هر دو مثبت هستند، باید جایی در فاصلهٔ بین دو بار، بار q_3 قرار گیرد تا برایند نیروها صفر شود، پس داریم:



$$\frac{kq_1|q_3|}{(6-d)^2}=\frac{kq_2|q_3|}{d^2} \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} 2(6-d)=d \Rightarrow 12-2d=d \Rightarrow 12=3d \Rightarrow d=4\,cm$$

در حالت دوم داریم:



$$F_1=\frac{9\times10^9\times3\times5\times10^{-12}}{9\times10^{-4}}=150\,N$$

$$F_2=\frac{9\times10^9\times3\times20\times10^{-12}}{9\times10^{-4}}=600\,N$$

$$F_3=F_2-F_1=450\,N$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۰۵ بار الکتریکی مضرب صحیحی از بار بنیادی است: $q=ne$

الف) $\frac{8\times10^{-14}\times10^{-6}}{1/6\times10^{-19}}=\frac{10^{-19}}{2\times10^{-19}}=0/5$ ✗ ب) $\frac{4\times10^{-7}\times10^{-12}}{1/6\times10^{-19}}=\frac{40}{16}=\frac{10}{4}=2/5$ ✗ پ) $\frac{5/6\times10^{-22}\times10^{3}}{1/6\times10^{-19}}=3/5$ ✗

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۰۶ الف) درست است.

ب) درست؛ راه رفتن روی فرش، لمس دستگیرهٔ فلزی، خارج کردن لباس بافتنی از تن همگی مثال‌های درک الکتریسیته به‌صورت شوک الکتریکی است.

پ) درست؛ طبق قانون پایستگی بار، بار نه به‌وجود می‌آید و نه از بین می‌رود.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۰۷

$$\vec{F}_{net}=\vec{F}_{21}+\vec{F}_{31}+\vec{F}_{41}=-5\vec{i}+15\vec{j}$$

$$\vec{F}'_{net}=\vec{F}_{net}-\vec{F}_{12} \quad (1)\ \text{رابطهٔ}$$

$$\vec{F}_{12}=\frac{9\times10^9\times4\times1\times10^{-12}}{36\times10^{-4}}\vec{i}=(10\,N)\vec{i} \quad (2)\ \text{رابطهٔ}$$

با استفاده از روابط (۱) و (۲) داریم:

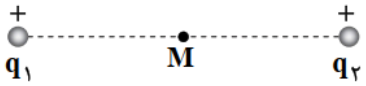
$$\vec{F}'_{net}=-5\vec{i}+15\vec{j}-10\vec{i}=(-15\,N)\vec{i}+(15\,N)\vec{j} \Rightarrow |\vec{F}'_{net}|=15\sqrt{2}\,N$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۰۸ دو بار الکتریکی q_1 و q_2 باید هم‌نام باشند.

در صورت حذف q_1، میدان الکتریکی ناشی از q_2 همان میدان خالص در نقطهٔ M است:



$$E_2 = -3\vec{E}$$

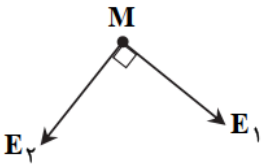
بنابراین می‌توان گفت $E_1 = 4\vec{E}$ بوده است.

میدان از رابطهٔ $E = \frac{k|q|}{r^2}$ حاصل می‌شود. از آنجایی که k و r ثابت است، پس داریم:

$$\frac{E_1}{E_2} = \left|\frac{q_1}{q_2}\right| = +\frac{4}{3}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۰۹ فاصلهٔ دو بار q_1 و q_2 از نقطهٔ M طبق قضیهٔ فیثاغورس محاسبه می‌شود:

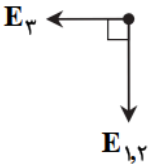


$$r = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$$

حالا E_1 و E_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} E_1 = \frac{kq}{2a^2} \\ E_2 = \frac{kq}{2a^2} \end{cases} \Rightarrow E_{1,2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{kq}{a^2}$$

میدان الکتریکی خالص حاصل از سه بار نقطه‌ای برابر است با:



$$E_3 = \frac{\sqrt{2}kq}{a^2}$$

$$E_T = \sqrt{(E_{1,2})^2 + (E_3)^2} = \sqrt{\frac{1}{2}\frac{k^2q^2}{a^4} + \frac{2k^2q^2}{a^4}} = \sqrt{\frac{5}{2}}\frac{kq}{a^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}\frac{kq}{a^2}$$

حالا نسبت خواسته‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{E_T}{E_3} = \frac{\frac{\sqrt{10}}{2}\frac{kq}{a^2}}{\sqrt{2}\frac{kq}{a^2}} = \frac{\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{2}\frac{kq}{a^2}}{\sqrt{2}\frac{kq}{a^2}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۱۰ با توجه به رابطهٔ روبه‌رو داریم:

$$W_E = \Delta K \Rightarrow E\times q\times d_1 = \frac{1}{2}\times m\times(v_1^2 - 0) \Rightarrow Eqd_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

$$W_E = \Delta K \Rightarrow -2E\times q\times d_2 = \frac{1}{2}\times m\times(0 - v_1^2) \Rightarrow 2Eqd_2 = \frac{1}{2}mv_1^2 \quad \text{رابطهٔ (۲)}$$

رابطهٔ (۲) را بر رابطهٔ (۱) تقسیم می‌کنیم:

$$1 = \frac{2Eqd_2}{Eqd_1} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{d_2}{d_1}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۱۱

■ در فاصلهٔ $\frac{d}{۴}$ از بار q و $\frac{۳d}{۴}$ از $۹q$ میدان صفر است.

در جابه‌جایی از نقطهٔ M به نقطهٔ N میدان به‌سمت راست است؛ بنابراین با رفتن از نقطهٔ M به N، پتانسیل کاهش یافته و از آنجایی که بار $q_۳$ منفی است، انرژی پتانسیل افزایش می‌یابد.

■ از نقطهٔ N به نقطهٔ Q خطوط میدان به‌سمت بالا است؛ بنابراین حرکت $q_۳$ در جهت خطوط میدان است؛ بنابراین پتانسیل کاهش می‌یابد و از آنجایی که بار $q_۳$ منفی است، انرژی پتانسیل در این جابه‌جایی نیز افزایش می‌یابد.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۱۲

$$E_۱ = \frac{V}{d} = \frac{۲۰}{۱۰^{-۲}} = ۲۰۰۰ \frac{N}{C}$$

$$mg = E|q| \Rightarrow ۵\times ۱۰^{-۶} \times ۱۰ = ۲۰۰۰ \times |q| \Rightarrow |q| = \frac{۵\times ۱۰^{-۵}}{۲\times ۱۰^{۳}} = ۲/۵ \times ۱۰^{-۸} C$$

حالا میدان را در حالت دوم محاسبه می‌کنیم:

$$E_۲ = \frac{۲۰}{۰/۸ \times ۱۰^{-۲}} = ۲۵۰۰ \frac{N}{C}$$

$$\begin{cases} F_{E_۲} = E_۲|q| = ۲۵۰۰ \times \frac{۵}{۲} \times ۱۰^{-۸} \Rightarrow F_{E_۲} = ۶۲۵ \times ۱۰^{-۷} N \\ mg = ۵\times ۱۰^{-۶} \times ۱۰ = ۵\times ۱۰^{-۵} = ۵۰۰ \times ۱۰^{-۷} N \end{cases}$$

برایند نیروهای را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{net} = F_{E_۲} - mg = ۶۲۵ \times ۱۰^{-۷} - ۵۰۰ \times ۱۰^{-۷} = ۱۲۵ \times ۱۰^{-۷} N$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow ۱/۲۵ \times ۱۰^{-۵} = ۵\times ۱۰^{-۶} \times a \Rightarrow a = ۲/۵ \frac{m}{s^۲}$$

از آنجایی که بار از ابتدا با صفحهٔ پایین $۲mm$ فاصله دارد و سپس به صفحهٔ بالا برخورد می‌کند، جابه‌جایی برابر است با:

$$\Delta x = ۶ \times ۱۰^{-۳} m$$

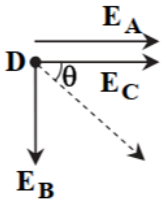
با استفاده از معادلهٔ مستقل از زمان (سرعت- جابه‌جایی) داریم:

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow v_۲^۲ = ۲\times ۲/۵ \times ۶ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow v_۲ = ۰/۱\sqrt{۳} \frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

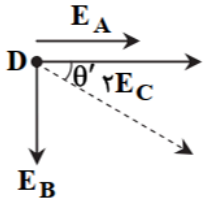
۱۱۳ در حالت اول داریم:



$$E_A = E_B = E_C$$

$$\tan\theta = \frac{E_B}{E_A + E_C} = \frac{۱}{۲}$$

در حالت دوم داریم:



$$E_A = E_B = E_C$$

$$\tan\theta' = \frac{E_B}{E_A + ۲E_C} = \frac{۱}{۳}$$

نسبت خواسته‌شده برابر می‌شود با:

$$\frac{\tan\theta'}{\tan\theta} = \frac{\frac{۱}{۳}}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۲}{۳}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

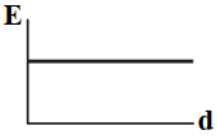
۱۱۴ $\Delta U = q\Delta V \Rightarrow \Delta U = -۴\times ۱۰^{-۶}\times(+۴) \Rightarrow \Delta U = -۱۶\times ۱۰^{-۶}\,J$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۱۵ از آنجایی که خازن از مولد جداست، می‌توان گفت که بار روی صفحات ثابت است و در حالتی که بار ثابت است، میدان تنها به κ و A وابسته است.

$$E = \frac{Q}{\kappa\varepsilon_۰ A} \Rightarrow \frac{E_۲}{E_۱} = \frac{Q_۲}{Q_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}\times\frac{\kappa_۱}{\kappa_۲}$$

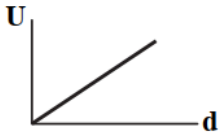
کاهش فاصلهٔ بین دو صفحه هیچ تأثیری در اندازهٔ میدان بین صفحات نخواهد داشت و نمودار آن مطابق روبه‌رو است:



طبق رابطهٔ $U = \frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C}$، انرژی خازن با ظرفیت خازن رابطهٔ وارون دارد:

$$\frac{U_۲}{U_۱} = \frac{C_۱}{C_۲} \xrightarrow{C=\frac{\kappa\varepsilon_۰ A}{d}} \frac{U_۲}{U_۱} = \frac{d_۲}{d_۱}$$

در این حالت، انرژی خازن با فاصلهٔ بین صفحات آن رابطهٔ مستقیم دارد و نمودار آن مطابق شکل است:



$$U = \frac{Q^۲}{۲C} = \frac{Q^۲ d}{۲\times\varepsilon_۰\times A\times\kappa}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۱۶ انرژی ذخیره‌شدهٔ خازن مطابق روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$U=\frac{۱}{۲}QV\ ,\ U=\frac{۱}{۲}CV^{۲}\ ,\ U=\frac{۱}{۲}\frac{Q^{۲}}{C}$$

از آنجایی که ظرفیت خازن تنها به ساختمان خازن ارتباط دارد و وابسته به چیز دیگری نیست، داریم:

$$U=\frac{۱}{۲}CV^{۲}\Rightarrow\frac{U_{۲}}{U_{۱}}=\frac{V_{۲}^{۲}}{V_{۱}^{۲}}=(\frac{V_{۱}+۰/۲V_{۱}}{V_{۱}})^{۲}\Rightarrow\frac{U_{۱}+\Delta U}{U_{۱}}=(۱/۲)^{۲}\Rightarrow\frac{U_{۱}+۴۴\mu J}{U_{۱}}=\frac{۱۴۴}{۱۰۰}\Rightarrow U_{۱}=۱۰۰\mu J\ \ (۱)\text{رابطهٔ}$$

در حالت اتصال به مولد، ولتاژ خازن ثابت است:

$$\begin{cases}U=\frac{۱}{۲}CV^{۲}\\C=\frac{\kappa\varepsilon_{۰}A}{d}\end{cases}\Rightarrow\frac{U_{۲}}{U_{۱}}=\frac{C_{۲}}{C_{۱}}=\frac{d_{۱}}{d_{۲}}=\frac{d_{۱}}{۰/۸d_{۱}}=\frac{۵}{۴}\xrightarrow{(۱)\text{رابطهٔ}}U_{۲}=\frac{۵}{۴}\times۱۰۰=۱۲۵\,\mu J$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۱۷

$$E=\frac{V}{d}=\frac{\frac{Q}{C}}{d}=\frac{Q}{Cd}\Rightarrow۲\times۱۰^{۴}=\frac{۱۰^{۱۵}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}{۸\times۱۰^{-۶}\times d}\Rightarrow d=۱mm$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۱۸

$$U=\frac{۱}{۲}QV\xrightarrow{V=Ed}U=\frac{۱}{۲}QEd$$

$$\Rightarrow۷/۲\times۱۰^{-۳}=\frac{۱}{۲}\times۲۴\times۱۰^{-۶}\times E\times۲\times۱۰^{-۳}\Rightarrow E=۳\times۱۰^{۵}\frac{N}{C}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۱۹ میدان الکتریکی در هر نقطه، مستقل از باری است که در آن نقطه قرار می‌گیرد؛ بنابراین $\vec{E}'=\vec{E}$ است. با توجه به رابطهٔ $\vec{F}=q\vec{E}$ داریم:

$$\vec{F}'=(-۲q_{۰})\vec{E}=-۲q_{۰}\vec{E}=-۲\vec{F}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۲۰ برایند نیروهای الکتریکی که از طرف بارهای $q_{۱}$ و $q_{۲}$ بر بار $q_{۳}$ وارد شده، صفر است؛ پس داریم:

$$F_{۱۳}=F_{۲۳}\Rightarrow\frac{k|q_{۱}q_{۳}|}{۲۰^{۲}}=\frac{k|q_{۲}q_{۳}|}{۱۰^{۲}}\Rightarrow\frac{|q_{۱}|}{۴۰۰}=\frac{|q_{۲}|}{۱۰۰}\Rightarrow\frac{۱۰}{۴}=\frac{|q_{۲}|}{۱}\Rightarrow|q_{۲}|=۲/۵nC$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۲۱

$$E=k\frac{|q|}{d^{۲}}\Rightarrow۵/۶\times۱۰^{۵}=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{|q|}{(۰/۳)^{۲}}\Rightarrow|q|=۵/۶\times۱۰^{-۶}C$$

$$n=\frac{q}{e}=\frac{۵/۶\times۱۰^{-۶}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۳/۵\times۱۰^{۱۳}$$

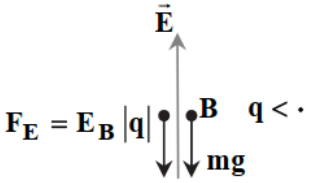
(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

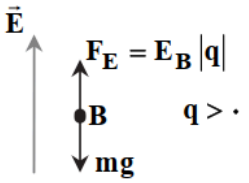
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۲۲ اگر $q<0$ باشد، نیروی الکتریکی وارد بر ذره و وزن آن، هر دو به‌سمت پایین خواهند بود؛ در نتیجه ذره در نقطهٔ B نمی‌تواند به تعادل برسد.

پس بار q الزاماً مثبت است $(q>0)$.

از طرفی با توجه به تعادل بار q در نقطهٔ B می‌توان گفت:





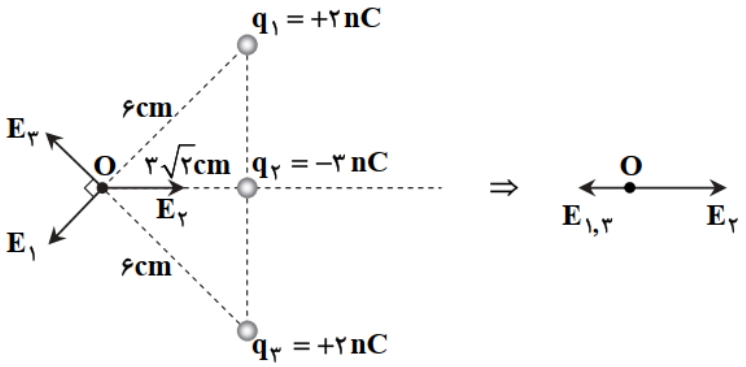
$$mg = F_E \Rightarrow mg = E_B|q|$$

در نقطهٔ B تراکم خطوط میدان بیشتر است $\Rightarrow E_B > E_A$

$$\Rightarrow E_A|q| < mg \Rightarrow E_A < \frac{mg}{|q|}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۲۳



$$E = \frac{k|q|}{r^2}$$

$$E_3 = E_1 = 9\times10^9 \times \frac{2\times10^{-9}}{(6\times10^{-2})^2} = 5\times10^3 \frac{N}{C}$$

$$E_{1,3} = \sqrt{E_1^2 + E_3^2} = 5\sqrt{2}\times10^3 \frac{N}{C}$$

$$E_2 = 9\times10^9 \times \frac{3\times10^{-9}}{(3\sqrt{2}\times10^{-2})^2} = 15\times10^3 \frac{N}{C}$$

با توجه به اینکه در ابتدا $E_2 > E_{1,3}$ است، برایند میدان الکتریکی در نقطهٔ O در حالت اول به‌سمت راست است و با دور شدن q_2، E_2 کاهش می‌یابد تا نهایتاً با $E_{1,3}$ برابر شده و میدان کل در این وضعیت صفر می‌شود. با ادامهٔ حرکت q_2، E_2 کاهش می‌یابد و کمتر از $E_{1,3}$ شده و جهت برایند به‌سمت چپ خواهد شد و مقدار آن افزایش می‌یابد.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۲۴ با توجه به رابطهٔ $\Delta U = q\Delta V$ و اینکه $q<0$ است، اگر بخواهیم انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش یابد، $(\Delta U>0)$ باید $\Delta V<0$ باشد و می‌دانیم هرگاه در جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم، $\Delta V<0$ است. بنابراین فقط در مورد «پ» که ذره در جهت خطوط میدان حرکت کرده، $\Delta V<0$ می‌شود.

توجه کنید که جابه‌جایی در جهت عمود بر خطوط میدان، پتانسیل الکتریکی را تغییر نمی‌دهد.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۲۵ با توجه به شکل، پتانسیل الکتریکی صفحهٔ چپ با V_A و صفحهٔ راست با V_B برابر است؛ بنابراین:

$$|\Delta V| = Ed \Rightarrow \frac{|V_A - V_M|}{|V_A - V_B|} = \frac{E\times3}{E\times12} \Rightarrow \frac{|V_A - V_M|}{40} = \frac{3}{12} \Rightarrow |V_A - V_M| = 10V$$

$$\xrightarrow[(\text{چرا؟})]{V_A > V_M} 40 - V_M = 10 \Rightarrow V_M = 30V$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۲۶

$$A = \pi r^2 = \pi(5\times10^{-2})^2 = 25\pi\times10^{-4}\ m^2$$

$$C = \kappa\frac{\varepsilon_0 A}{d} = 4\times8/85\times10^{-12}\times\frac{25\pi\times10^{-4}}{1/57\times10^{-3}} \Rightarrow C = 1/77\times10^{-10}\ F$$

$$Q = CV = 1/77\times10^{-10}\times10^2 = 1/77\times10^{-8} = 17/7\ nC$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۲۷

در ابتدا چون بار و ولتاژ (و ظرفیت) دو خازن برابر است، انرژی هر دو خازن برابر خواهد بود. این انرژی را U فرض می‌کنیم.

با نصف نمودن فاصلهٔ صفحات، ظرفیت هر دو خازن ۲ برابر می‌شود $(C = \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d})$.

در مدار «الف»، چون کلید باز است، بار خازن ثابت می‌ماند و در نتیجه انرژی آن نصف می‌شود.

$$\frac{U'_{الف}}{U} = \frac{\frac{1}{2}\frac{Q^2}{2C}}{\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}} = \frac{1}{2}$$ رابطهٔ (۱)

در مدار «ب»، خازن به باتری متصل است و ولتاژ آن ثابت می‌ماند؛ در نتیجه انرژی آن ۲ برابر می‌شود.

$$\frac{U'_{ب}}{U} = \frac{\frac{1}{2}(2C)V^2}{\frac{1}{2}CV^2} = 2$$ رابطهٔ (۲)

با استفاده از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{U'_{الف}}{U'_{ب}} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۲۸

چون خازن از مولد جدا شده است، با تغییرات در ساختمان آن، بار خازن ثابت باقی می‌ماند.

طبق رابطهٔ ظرفیت خازن $(C = \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d})$، با خارج کردن دی‌الکتریک، κ و در نتیجه ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.

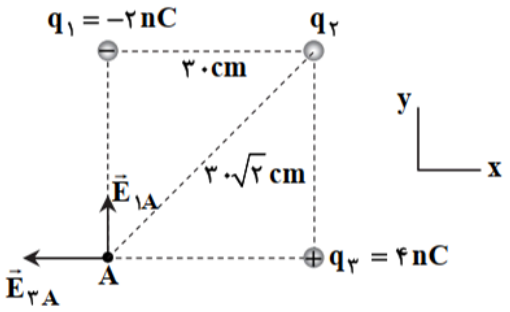
میدان بین دو صفحهٔ خازن طبق رابطهٔ $E = \frac{V}{d}$ و انرژی آن طبق رابطهٔ $U = \frac{Q^2}{2C}$ به‌دست می‌آیند که تغییرات آن‌ها به‌صورت زیر است:

$$Q = CV \xrightarrow[\text{کاهش } C]{\text{ثابت } Q} V\uparrow(\text{افزایش}) \Rightarrow \begin{cases} E = \frac{V}{d} \xrightarrow[\text{ثابت } d]{\text{افزایش } V} E\uparrow(\text{افزایش}) \\ U = \frac{Q^2}{2C} \xrightarrow[\text{کاهش } 2C]{\text{ثابت } Q} U\uparrow(\text{افزایش}) \end{cases}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۲۹



$$E_{1A} = k\frac{|q_1|}{r_1^2} = 9\times10^9 \times \frac{2\times10^{-9}}{(0/3)^2} = 200\frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E}_1 = (+200\frac{N}{C})\vec{j}$$

$$E_{3A} = k\frac{|q_3|}{r_3^2} = 9\times10^9 \times \frac{4\times10^{-9}}{(0/3)^2} = 400\frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E}_3 = (-400\frac{N}{C})\vec{i}$$

$$\vec{E}_A = \vec{E}_{1A} + \vec{E}_{2A} + \vec{E}_{3A} \Rightarrow -800\vec{i} - 200\vec{j} = 200\vec{j} + \vec{E}_{2A} - 400\vec{i}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_{2A} = -400\vec{i} - 400\vec{j}$$

با توجه به جهت میدان $\vec{E}_{2A}$ بار q_2 مثبت است.

$$E_2 = \sqrt{(400)^2 + (400)^2} = 400\sqrt{2}\frac{N}{C} \xrightarrow{E=k\frac{|q|}{r^2}} 400\sqrt{2} = 9\times10^9 \times \frac{|q_2|}{(0/3\sqrt{2})^2}$$

$$\Rightarrow |q_2| = 8\sqrt{2}\times10^{-9}\,C \xrightarrow{q_2 \text{ مثبت}} q_2 = +8\sqrt{2}\,nC$$

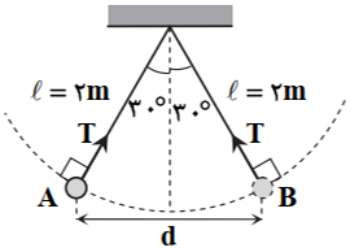
(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۳۰

$$W_{\text{کل نیروها}} = \Delta K \Rightarrow W_E + W_{mg} + W_{\text{کشش نخ}} + W_{f\ \text{مقاومت هوا}} = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

نیروی کشش نخ در همهٔ نقاط عمود بر مسیر حرکت دایره‌ای گلوله بوده و بنابراین کار آن صفر است.

$$W_{mg} = -mg\Delta h = 0$$



$$W_{f_{\text{هوا}}} = -0/008\,J = -8\times10^{-3}\,J$$

$$W_E + (-8\times10^{-3}) = 0 - \frac{1}{2}\times5\times10^{-3}\times1 \Rightarrow W_E = 5/5\times10^{-3}\,J$$

$$d = 2\ell Sin30^\circ = 2\times2\times\frac{1}{2} = 2m$$

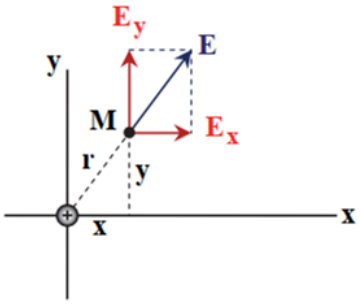
$$|W_E| = |qEd| \Rightarrow 5/5\times10^{-3} = |q|\times5/5\times10^5\times2 \Rightarrow |q| = 0/5\times10^{-8}\,C = 5nC$$

کار نیروی میدان مثبت است؛ یعنی نیروی میدان به‌سمت راست و در جهت جابه‌جایی بوده و از آنجا که میدان نیز به‌سمت راست بوده، بار مثبت است.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۳۱ می‌دانیم میدان الکتریکی بار در راستای خط واصل بار مانند شکل مقابل است. به این ترتیب نسبت $\frac{E_y}{E_x}$ با نسبت $\frac{y}{x}$ برابر است. یعنی:



$$\frac{۴۰۰۰}{۳۰۰۰}=\frac{y_۱}{۶} \Rightarrow y_۱=۸\,m$$

$$r=\sqrt{۶^۲+۸^۲}=۱۰\,m$$

$$E_M=\sqrt{۳۰۰۰^۲+۴۰۰۰^۲}=۵۰۰۰\frac{N}{C}$$

میدان بار به فاصلهٔ $۱۰\,m$ از آن $۵۰۰۰\frac{N}{C}$ است. در نقطهٔ N که فاصله تا بار $۵\,m$ و نصف فاصله تا M است میدان ۴ برابر یعنی $۴\times۵۰۰۰=۲۰۰۰۰\frac{N}{C}$ خواهد بود و بردار آن برابر با $\vec{E}_N=(-۲۰۰۰۰\frac{N}{C})\vec{j}$ است.

$$\vec{E}_N=(-۲\times۱۰^۴\frac{N}{C})\vec{j}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۳۲

$$\Delta K=\frac{۱}{۲}mv_B^۲-\frac{۱}{۲}mv_A^۲ \Rightarrow \Delta K=\frac{۱}{۲}\times۰/۲\times۱۰^{-۳}\times۴^۲-۰=۰/۰۰۱۶\,J$$

$$\Delta K=W_E=-\Delta U_E \Rightarrow \Delta U_E=-۰/۰۰۱۶\,J$$

$$\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow \Delta V=\frac{-۰/۰۰۱۶}{-۲\times۱۰^{-۶}}=۸۰۰V \Rightarrow V_B-۱۰۰۰=۸۰۰V \Rightarrow V_B=۱۸۰۰V$$

$$E=\frac{|\Delta V|}{d_{AB}} \Rightarrow ۸\times۱۰^۳=\frac{۸۰۰}{d_{AB}} \Rightarrow d_{AB}=۰/۱m=۱۰cm$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۳۳

$$Q=CV \Rightarrow Q=۵\times۱۲=۶۰\mu C$$

$$U=\frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C} \Rightarrow U=\frac{۱}{۲}\times\frac{۶۰^۲}{۵}=۳۶۰\mu J$$

با ورود عایق با $\kappa=۴$ بین صفحه‌ها ظرفیت خازن ۴ برابر می‌شود و چون خازن از باتری جداست، بار آن ثابت می‌ماند؛ به این ترتیب انرژی خازن $\frac{۱}{۴}$ برابر یعنی $۹۰\mu J$ می‌شود.

$$U'=\frac{۱}{۲}\times\frac{۶۰^۲}{۵\times۴}=۹۰\mu J$$

پس از وصل خازن به مصرف‌کننده بخشی از بار خازن تخلیه می‌شود.

$$U''=۹۰-۵۰=۴۰\mu J \Rightarrow ۴۰=\frac{Q'^۲}{۲\times۲۰} \Rightarrow Q'=۴۰\mu C$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۳۴ در هر دو حالت نیروی وزن گوی بالایی با نیروی الکتریکی بین گوی‌ها برابر است.

در حالت اول بارها $۲۰nC$ و $۸۰nC$ و در حالت دوم بارها هم‌اندازه و برابر با میانگین دو بار یعنی $۵۰nC$ هستند.

$$mg = F_{۱۲} = F'_{۱۲}$$

$$mg = k\frac{|q_۱q_۲|}{r^۲} = k\frac{|q'_۱q'_۲|}{r'^۲} \Rightarrow k\frac{۲۰\times۸۰\times۱۰^{-۱۸}}{۰/۰۴^۲} = k\frac{۵۰\times۵۰\times۱۰^{-۱۸}}{r'^۲}$$

$$\Rightarrow r'^۲ = \frac{۵۰^۲\times۰/۰۴^۲}{۱۶۰۰} \Rightarrow r' = ۵\,cm$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۳۵

$$U = \frac{۱}{۲}CV^۲ \Rightarrow ۱/۲\times۱۰^{-۳} = \frac{۱}{۲}\times۶\times۱۰^{-۶}\times V^۲ \Rightarrow V^۲ = ۴۰۰ \Rightarrow V = ۲۰V$$

$$E = \frac{V}{d} = \frac{۲۰}{۴\times۱۰^{-۳}} = ۵۰۰۰\frac{V}{m}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۳۶

$$W_E = -\Delta U_E \xrightarrow{\Delta U_E<۰} W_E > ۰$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \xrightarrow[q<۰]{\Delta U_E<۰} \Delta V > ۰ \Rightarrow V_۲ > V_۱$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

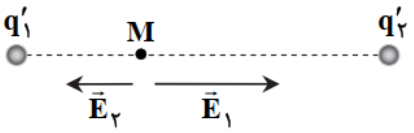
۱۳۷ میدان خالص در فاصلهٔ بین دو بار صفر شده است؛ پس دو بار هم‌نام هستند. فرض می‌کنیم هر دو مثبت باشند:

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow k\frac{q_۱}{۳^۲} = k\frac{q_۲}{۶^۲} \Rightarrow q_۲ = ۴q_۱$$

وقتی دو گوی رسانای باردار مشابه را با هم تماس می‌دهیم، بار هریک نصف مجموع بار اولیهٔ آن‌ها می‌شود.

$$q'_۱ = q'_۲ = \frac{q_۱ + q_۲}{۲} = \frac{q_۱ + ۴q_۱}{۲} = \frac{۵q_۱}{۲}$$

حالا میدان خالص در نقطهٔ M را می‌نویسیم:



$$۳۷۵ = ۹\times۱۰^۹\frac{q'_۱}{۳^۲} - ۹\times۱۰^۹\frac{q'_۲}{۶^۲}$$

$$\Rightarrow ۳۷۵ = ۹\times۱۰^۹\times\frac{۵q_۱}{۲}(\frac{۱}{۹} - \frac{۱}{۳۶}) \Rightarrow q_۱ = ۲۰۰nC$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۳۸

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow V_B - V_A = \frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow -۴۰۰ = \frac{\Delta U_E}{-۵\times۱۰^{-۳}} \Rightarrow \Delta U_E = ۲J$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی بار افزایش می‌یابد.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۳۹

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow ۸=\frac{Q}{۲۰}\Rightarrow Q=۱۶۰\mu C$$

$$C=\kappa C_۰\Rightarrow ۸=۴C_۰\Rightarrow C_۰=۲\mu F$$

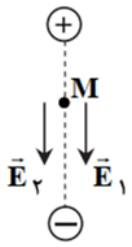
$$U=\frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C}\xrightarrow{C_۰=۲\mu F}U=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱۶۰^۲}{۲}=۶۴۰۰\mu J$$

$$U'=۶۴۰۰-۳۹۰۰=۲۵۰۰\mu J\Rightarrow ۲۵۰۰=\frac{۱}{۲}\times\frac{Q'^۲}{۲}\Rightarrow Q'=۱۰۰\mu C$$

بار تخلیه‌شده: $\Delta Q=۱۶۰-۱۰۰=۶۰\mu C$

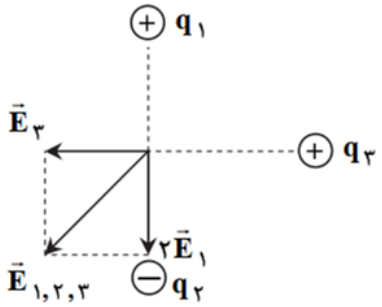
(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۴۰



$$E=k\frac{|q|}{r^۲}\Rightarrow E_۱=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱\times۱۰^{-۹}}{(۰/۰۳)^۲}=۱۰^۴\frac{N}{C}\xrightarrow{E_۱=E_۲}E_۲=۱۰^۴\frac{N}{C}$$

$$E_{۱,۲}=۱۰^۴+۱۰^۴=۲\times۱۰^۴\frac{N}{C}$$



$$E_{۱,۲,۳}=۲E_{۱,۲}\Rightarrow E_{۱,۲,۳}=۲(۲\times۱۰^۴)=۴\times۱۰^۴\frac{N}{C}$$

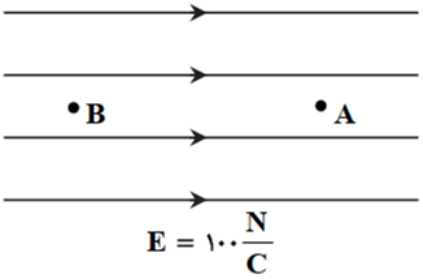
$$E^۲_{۱,۲,۳}=E^۲_{۱,۲}+E^۲_۳\Rightarrow(۴\times۱۰^۴)^۲=(۲\times۱۰^۴)^۲+E^۲_۳$$

$$\Rightarrow E_۳=\sqrt{۱۲}\times۱۰^۴\frac{N}{C}$$

$$E_۳=k\frac{|q_۳|}{r^۲}\Rightarrow\sqrt{۱۲}\times۱۰^۴=۹\times۱۰^۹\times\frac{\sqrt{۱۲}\times۱۰^{-۹}}{r^۲}\Rightarrow r=۳\,cm$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۴۱



با توجه به اینکه نیروی الکتریکی وارد بر بار منفی در میدان E به طرف چپ است، پس نتیجه می‌گیریم جهت میدان مانند شکل به طرف راست است و پتانسیل نقطهٔ B بیشتر از A است.

$$\Delta V=Ed\Rightarrow ۳۰-V_A=۱۰۰\times۰/۵۰\Rightarrow V_A=-۲۰V$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۴۲

$$F=k\frac{|q_۱q_۲|}{r^۲}\Rightarrow ۱/۶=۹\times۱۰^۹\times\frac{(۲۰\times۱۰^{-۶})^۲}{r^۲}\Rightarrow r=۱/۵m$$

اگر فاصلهٔ دو بار را ۳۰ سانتی‌متر افزایش دهیم:

$$۱/۶=۹\times۱۰^۹\times\frac{q^۲}{(۱/۵+۰/۳)^۲}\Rightarrow q=۲۴\times۱۰^{-۶}C$$

$$\Delta q=۲۴\times۱۰^{-۶}-۲۰\times۱۰^{-۶}=۴\times۱۰^{-۶}C$$

$$\Delta q=ne\Rightarrow ۴\times۱۰^{-۶}=n\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\Rightarrow n=۲/۵\times۱۰^{۱۳}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۴۳

$$C=\frac{Q}{V} \Rightarrow ۵=\frac{Q_۱}{۱۲} \Rightarrow Q_۱=۶۰\mu C$$

پس از جدانمودن خازن از باتری، بار آن ثابت می‌ماند. وقتی فاصلهٔ صفحه‌های آن را برابر $\frac{۱}{۳}$ می‌کنیم، ظرفیت خازن ۳ برابر یعنی $۱۵\mu F$ می‌شود. از طرفی چون بار آن ثابت است، انرژی خازن برابر است با:

$$U_۱=\frac{Q_۱^۲}{۲C} \Rightarrow U_۱=\frac{۶۰^۲}{۲\times ۱۵}=۱۲۰\mu J$$

پس از تخلیهٔ مقداری از بار آن، انرژی خازن به $۷/۵\,\mu J$ می‌رسد. پس بار باقی‌مانده در آن برابر است با:

$$U_۲=\frac{Q_۲^۲}{۲C} \Rightarrow ۷/۵=\frac{Q_۲^۲}{۲\times ۱۵} \Rightarrow Q_۲=۱۵\mu C$$

بار تخلیه‌شده برابر است با:

$$Q_۱-Q_۲=۶۰-۱۵=۴۵\mu C$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۴۴

$$C=\varepsilon_۰\frac{A}{d} \Rightarrow ۰/۰۱۸\times ۱۰^{-۹}=۹\times ۱۰^{-۱۲}\times\frac{۱۰۰\times ۱۰^{-۴}}{d} \Rightarrow d=۵\times ۱۰^{-۳}m=۵mm$$

جابه‌جایی بار q در راستای میدان $=۵-(۱+۱)=۳mm$

بار q به‌اندازهٔ $۳mm$ در راستای خطوط میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن و در خلاف جهت آن جابه‌جا شده است.

میدان بین صفحه‌های خازن یکنواخت است. از این طریق می‌توانیم اختلاف‌پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را به‌صورت زیر محاسبه کنیم:

$$E=\frac{V}{d} \Rightarrow E=\frac{V_۱}{d_۱}=\frac{V_۲}{d_۲} \Rightarrow \frac{۲۰}{۵}=\frac{V_۲}{۳} \Rightarrow V_۲=۱۲V \qquad \Delta U=qV_۲ \Rightarrow \Delta U=۰/۵\times ۱۲=۶\mu J$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۴۵

خازن جداشده از باتری دارای بار الکتریکی ثابتی است و بهتر است از رابطهٔ مقابل کمک بگیریم.

$$\begin{cases} U=\frac{Q^۲}{۲C} \\ C=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d} \\ d_۲=d_۱+\frac{۲۰}{۱۰۰}d_۱=۱/۲d_۱ \end{cases} \Rightarrow \frac{U_۲}{U_۱}=\frac{\frac{Q^۲}{۲\kappa_۲\varepsilon_۰\frac{A}{d_۲}}}{\frac{Q^۲}{۲\kappa_۱\varepsilon_۰\frac{A}{d_۱}}} \Rightarrow \frac{U_۲}{U_۱}=\frac{\kappa_۱}{\kappa_۲}\times\frac{d_۲}{d_۱} \Rightarrow \frac{U_۲}{U_۱}=\frac{۱}{\kappa_۲}\times ۱/۲$$

$$\Rightarrow \kappa_۲=\frac{U_۱}{U_۲}\times ۱/۲ \Rightarrow \begin{cases} \kappa_۲=\frac{۳۶۰}{۳۶۰+۴۰}\times ۱/۲=۱/۰۸ \\ \kappa_۲=\frac{۳۶۰}{۳۶۰-۴۰}\times ۱/۲=۱/۳۵ \end{cases}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۴۶

بار هر دو ذره در هر لحظه از نظر اندازه با دیگری برابر است.

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲} \Rightarrow F=k\frac{q^۲}{r^۲} \Rightarrow ۰/۹=۹\times ۱۰^۹\times\frac{q^۲}{۰/۲^۲} \Rightarrow q=۲\times ۱۰^{-۶}C$$

$$q=ne \Rightarrow ۲\times ۱۰^{-۶}=n\times ۱/۶\times ۱۰^{-۱۹} \Rightarrow n=۱/۲۵\times ۱۰^{۱۳}$$

$$t=\frac{۱/۲۵\times ۱۰^{۱۳}}{۱/۲۵\times ۱۰^{۱۰}}=۱۰۰۰s$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۴۷ میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحه‌ها برابر است با:

$$E=\frac{V}{d} \Rightarrow E=\frac{۲۰}{۰/۰۰۴}=۵۰۰۰\frac{V}{m}$$

$$\Delta U=qEd \Rightarrow ۰/۱\times۱۰^{-۳}=۵۰\times۱۰^{-۶}\times۵۰۰۰\times d \Rightarrow d=۰/۴\times۱۰^{-۳}\,m=۰/۴\,mm$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۴۸ در حالت اول که خازن به باتری وصل است، میدان الکتریکی میان صفحه‌های خازن از رابطهٔ $E=\frac{V}{d}$ به‌دست می‌آید و چون خازن به باتری متصل است V ثابت است و وارد کردن دی الکتریک تأثیری در میدان الکتریکی نمی‌گذارد، زیرا V و d ثابت‌اند.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۴۹

$$E=k\frac{|q|}{r^۲}$$

$$\left.\begin{array}{l}E_۱=k\frac{|q|}{۱۰^۲}\\ ۱۰^۶=k\frac{|q|}{۱^۲}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{E_۱}{۱۰^۶}=\frac{k\frac{|q|}{۱۰^۲}}{k\frac{|q|}{۱^۲}} \Rightarrow E_۱=۱۰^۴\frac{N}{C}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۰

$$W_t=\Delta K \Rightarrow W_E+W_{mg}=W_E-mgh=\frac{۱}{۲}m(v^۲-v_۰^۲)$$

$$\Rightarrow W_E-۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰\times۵=\frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰^{-۳}(۲۵-۲۲۵)=-۰/۲ \Rightarrow W_E=۰/۱-۰/۲=-۰/۱J$$

$$\Delta V=V_B-\cancel{V_A}^{۱۵۰}=\frac{-W_E}{q}=\frac{+۰/۱}{-۲\times۱۰^{-۳}}=-۵۰ \Rightarrow V_B=۱۰۰V$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۱

$$U=\frac{Q^۲}{۲C} \Rightarrow ۸۰۰=\frac{Q^۲}{۲\times۴} \Rightarrow Q=۸۰\mu C$$ بار اولیهٔ خازن

چنانچه دی‌الکتریک با $\kappa=۵$ در بین صفحه‌ها قرار دهیم، ظرفیت خازن ۵ برابر شده و بار آن هم ۵ برابر می‌شود.

$$Q_۲=۵Q_۱ \Rightarrow Q_۲=۵\times۸۰=۴۰۰\mu C$$

$$\Delta Q=۴۰۰-۸۰=۳۲۰\mu C$$

$$Q=ne \Rightarrow ۳۲۰\times۱۰^{-۶}=n\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹} \Rightarrow n=۲\times۱۰^{۱۵}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۵۲ میدان الکتریکی بین صفحه‌ها یکنواخت است و از رابطهٔ زیر قابل محاسبه است.

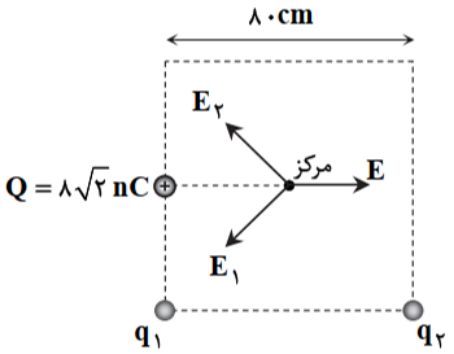
$$E=\frac{V}{d} \Rightarrow E=\frac{۲۴}{۸\times ۱۰^{-۳}}=۳۰۰۰\frac{V}{m}$$

اکنون اختلاف‌پتانسیل نقطهٔ A با یک صفحه (مثلاً صفحهٔ سمت چپ) را حساب می‌کنیم و چون صفحهٔ سمت چپ به زمین $(V=۰)$ متصل است، پتانسیل نقطهٔ A قابل محاسبه است. از طرفی می‌دانیم میدان الکتریکی بین صفحه‌ها به‌طرف راست است و هر قدر در جهت میدان حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی کم می‌شود.

$$V_{\text{صفحهٔ چپ}}-V_A=Ed' \Rightarrow ۰-V_A=۳۰۰۰(\frac{۸-۰/۸}{۱۰۰۰}) \Rightarrow -V_A=۲۱/۶V \Rightarrow V_A=-۲۱/۶V$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۳ تنها در صورتی که بار $q_۱$ و $q_۲$ هم‌اندازه و بار $q_۱$ منفی و بار $q_۲$ مثبت باشد، مانند شکل می‌توانند میدان خالص را در مرکز مربع صفر کنند. به‌طوری که اگر میدان هر یک از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ را در مرکز مربع E فرض کنیم، برایند آن‌ها $E\sqrt{۲}$ است که باید برابر با میدان بار Q در مرکز مربع باشد، بنابراین داریم:

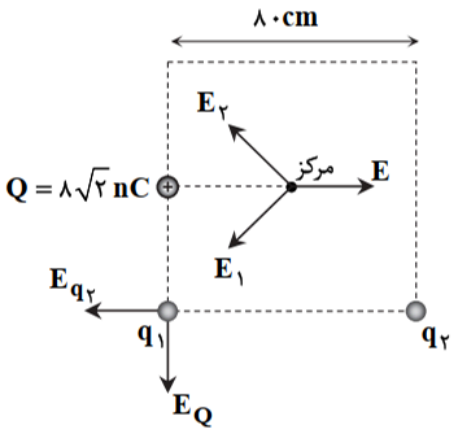


$$E=k\frac{|q|}{r^۲} \Rightarrow E_Q=۹\times ۱۰^۹\times\frac{۸\sqrt{۲}\times ۱۰^{-۹}}{۰/۴^۲}=۴۵۰\sqrt{۲}\frac{N}{C}$$

$$E_{q_۱}=E_{q_۲}=\frac{۴۵۰\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۴۵۰\frac{N}{C} \Rightarrow ۴۵۰=۹\times ۱۰^۹\times\frac{|q_۱|}{(۰/۴\sqrt{۲})^۲}$$

$$\Rightarrow |q_۱|=۱۶nC$$

چون فاصلهٔ بار Q از مرکز مربع با فاصلهٔ Q از بار $q_۱$ برابر است، پس میدان بار Q در محل بار $q_۱$ همان $۴۵۰\sqrt{۲}\frac{N}{C}$ است. ولی میدان بار $q_۲$ در محل بار $q_۱$ با توجه به اینکه فاصلهٔ آن $\sqrt{۲}$ برابر فاصلهٔ آن تا مرکز است، $\frac{۱}{۲}$ برابر خواهد بود.



$$E_{q_۲}=\frac{۱}{۲}\times ۴۵۰=\frac{۴۵۰}{۲}\frac{N}{C}$$

$$E_{q_۲,Q}=\sqrt{(۴۵۰\sqrt{۲})^۲+(\frac{۴۵۰}{۲})^۲}=\sqrt{۲\times ۴۵۰^۲+\frac{۱}{۴}\times ۴۵۰^۲}$$

$$=\sqrt{۲/۲۵\times ۴۵۰^۲}=۱/۵\times ۴۵۰=۶۷۵\frac{N}{C}$$

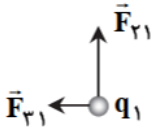
$$F=|q_۱|E_{q_۲,Q} \Rightarrow F=۱۶\times ۱۰^{-۹}\times ۶۷۵=۱/۰۸\times ۱۰^{-۵}N$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۵۴

$$\left.\begin{aligned} F_{۲۱}&=k\frac{|q_۲||q_۱|}{r_{۲۱}^۲}=k\frac{q_۰^۲}{۵^۲\times۱۰^{-۴}}\\ F_{۳۱}&=k\frac{|q_۳||q_۱|}{r_{۳۱}^۲}=k\frac{۲q_۰^۲}{۱۰^۲\times۱۰^{-۴}}\end{aligned}\right\}\Rightarrow F_{۳۱}=\frac{۱}{۲}F_{۲۱}=\frac{۱}{۲}\times۸=۴\,N$$



$$F_{T_۱}=\sqrt{F_{۲۱}^۲+F_{۳۱}^۲}=\sqrt{۸^۲+۴^۲}=۴\sqrt{۵}\,N$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۵

$$U=\frac{۱}{۲}CV^۲=\frac{۱}{۲}(\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d})(Ed)^۲=\frac{۱}{۲}\kappa\varepsilon_۰E^۲\times Ad$$

$$\text{حجم}=Ad=\frac{U}{\frac{۱}{۲}\kappa\varepsilon_۰E^۲}=\frac{۴۵\times۱۰^{-۶}}{\frac{۱}{۲}\times۵\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times(۱۰^۴)^۲}=۰/۰۲\,m^۳$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۶ **بار داده شده به یک رسانا روی سطح خارجی آن توزیع می‌شود؛ بنابراین درون دو جسم باری قرار نمی‌گیرد. از طرفی، از آنجا که بار الکتریکی و مساحت سطح خارجی دو جسم یکسان است، به‌طور میانگین، تراکم بار آن‌ها یکسان خواهد بود امّا در مکعب در نقاط تیزتر مثل گوشه‌ها، تراکم بار بیشتر از میانگین و در برخی نقاط دیگر کم‌تر از میانگین است در حالی که در مورد کره، تراکم بار تمام نقاط یکسان و برابر همان مقدار میانگین خواهد بود.**

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۷ **گام اوّل:** ابتدا رابطهٔ قانون کولن را برای حالت اول که دو قطره در فاصلهٔ ۶cm از هم هستند، می‌نویسیم تا حاصل‌ضرب اندازهٔ بارها به‌دست بیاید.

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow ۳۰=۹\times۱۰^۹\frac{|q_۱||q_۲|}{(۶\times۱۰^{-۲})^۲}\Rightarrow|q_۱||q_۲|=۱۲\times۱۰^{-۱۲}C^۲=۱۲(\mu C)^۲$$

گام دوم: پس از تماس دو قطره به هم بار قطرهٔ بزرگ‌تر مجموع بار هر یک از دو قطره می‌شود. پس: $q_۱+q_۲=-۱\mu C$

گام سوم: چون در ابتدا دو بار یکدیگر را جذب کرده‌اند پس دو بار ناهم‌نام هستند. با توجه به نتایج گام‌های اول و دوم و ناهم‌نام بودن دو بار مقادیر $q_۱$ و $|q_۲|>|q|$ در را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}|q_۱||q_۲|=۱۲\\ q_۱+q_۲=-۱\mu C\,(q_۲<۰\,,\,q_۱>۰)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}q_۱=۳\mu C\\ q_۲=-۴\mu C\end{cases}$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۵۸ **گام اوّل:** با نزدیک شـــدن میله به کرهٔ A، در کرهٔ A بار مثبت و در کرهٔ C بار منفی القا می‌شـــود و بار کرهٔ B خنثی خواهد بود. بنابراین پس از برداشتن کرهٔ B بار آن صفر و مقدار بار القا شده در دو کرهٔ A و C هم‌اندازه است. پس:

$$q_A = +q \; , \; q_B = ۰ \; , \; q_C = -q$$

گام دوم: با تماس کره‌های B و C بار هر کدام را به دست می‌آوریم:

$$q'_B = q'_C = \frac{q_B + q_C}{۲} = \frac{۰ - q}{۲} = \frac{-q}{۲}$$

گام سوم: با تماس کره‌های B و A، بار هر کدام برابر است با:

$$q''_B = q'_A = \frac{q'_B + q_A}{۲} = \frac{\frac{-q}{۲} + q}{۲} = \frac{q}{۴}$$

گام چهارم: بار نهایی کرهٔ B را برابر $+۲\mu C$ قرار می‌دهیم و بار کرهٔ C (q'_C) را با استفاده از آن به‌دست می‌آوریم:

$$q''_B = \frac{q}{۴} = ۲ \Rightarrow q = ۸ \; \mu C$$

$$q'_C = \frac{-q}{۲} = \frac{-۸}{۲} = -۴ \mu C$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۹ برای آنکه نیروهای وارد بر یک ذره صفر شـــود باید میدان الکتریکی دو ذرهٔ دیگر در محل آن ذره صفر شـــود. پس اگر بارهای $q_۱$ و $q_۲$ را در نظر بگیریم، میدان آن‌ها در محل بار $q_۳$ که خارج از فاصلهٔ آن‌ها و نزدیک به بار $q_۲$ اســـت برابر صفر شـــده اســـت. پس این دو بار ناهم‌نام‌اند و $|q_۲| < |q_۱|$ است.

اگر دو بار $q_۲$ و $q_۳$ را درنظر بگیریم، میدان آن‌ها در محل بار $q_۱$، یعنی خارج از فاصلهٔ دو بار و نزدیک به بار $q_۲$ صفر شده است. پس این دو بار ناهم‌نام و $|q_۲| < |q_۳|$ است.

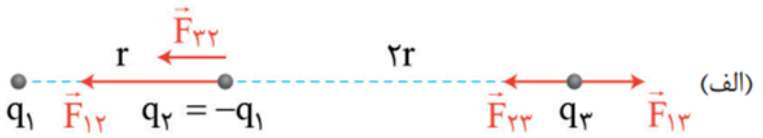
بنابر دو نتیجه به دست آمده، $|q_۲|$ کمترین مقدار بار را دارد و علامت آن مخالف دو بار دیگر است.

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

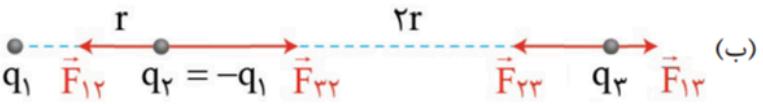
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۶۰ **گام اوّل:** بار q_1، بار q_2 را با نیروی $\vec{F}_{12}$ جذب می‌کند. اگر فرض کنیم بارهای q_1 و q_3 ناهم‌نام باشند، جهت نیروهای وارد بر بارهای q_2 و q_3 مطابق شکل (الف) خواهد بود. در این صورت:

$$\begin{cases} F_{T,2} = F_{12} + F_{32} \\ F_{T,3} = |F_{23} - F_{13}| \end{cases} \xrightarrow{(F_{32} = F_{23})} F_{T,2} > F_{T,3}$$



گام دوم: پس قطعاً بارهای q_1 و q_3 هم‌نامند و نیروهای وارد بر بارهای q_2 و q_3 مطابق شکل (ب) است.



حالا اندازهٔ نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 را برابر با اندازهٔ نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 می‌گذاریم:

$$|F_{T,2}| = |F_{T,3}| \longrightarrow F_{32} - F_{12} = F_{23} - F_{13} \Rightarrow \frac{|q_3||q_2|}{4r^2} - \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{|q_2||q_3|}{4r^2} - \frac{|q_1||q_3|}{9r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_3|}{4} - \frac{|q_1|}{1} = \frac{|q_3|}{4} - \frac{|q_3|}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_3|}{9} = |q_1| \Rightarrow \frac{q_3}{q_1} = +9$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

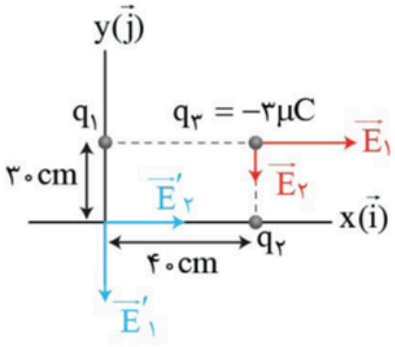
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۶۱ **گام اوّل:** ابتدا میدان الکتریکی بارهای q_1 و q_2 را در محل بار q_3 تعیین می کنیم.

$$\vec{E}_{1,2}=\frac{\vec{F}_3}{q_3}=\frac{20/25\vec{i}+48\vec{j}}{-3\times10^{-6}}=-6/75\times10^6\left(\frac{N}{C}\right)\vec{i}-16\times10^6\left(\frac{N}{C}\right)\vec{j}$$

با توجه به شـــکل، بردار میدان الکتریکی بار q_1 در محل بار q_3 برابر $(-6/75\times10^6\frac{N}{C})\vec{i}$ و بردار میدان الکتریکی بار q_2 در محل بار q_3 برابر $(-16\times10^6\frac{N}{C})\vec{j}$ است.

گام دوم: میدان دو بار q_1 و q_2 را در مبدأ مختصات به‌دست می‌آوریم:



$$\begin{cases}\frac{E'_1}{E_1}=\left(\frac{r_1}{r'_1}\right)=\left(\frac{40}{30}\right)^2\Rightarrow\frac{E'_1}{6/75\times10^6}=\frac{16}{9}\Rightarrow E'_1=12\times10^6\frac{N}{C}\\ \frac{E'_2}{E_2}=\left(\frac{r_2}{r'_2}\right)=\left(\frac{30}{40}\right)^2\Rightarrow\frac{E'_2}{16\times10^6}=\frac{9}{16}\Rightarrow E'_2=9\times10^6\frac{N}{C}\end{cases}$$

گام سوم: بزرگی میدان الکتریکی خالص را در نقطهٔ مرکز مختصات تعیین می‌کنیم:

$$E_\circ=\sqrt{E'^2_1+E'^2_2}=\sqrt{(12\times10^6)^2+(9\times10^6)^2}=15\times10^6\frac{N}{C}$$

گام چهارم: برگی نیروی خالص وارد بر بار q_3 در مبدأ مختصات را تعیین می‌کنیم:

$$F=E_\circ|q_3|=15\times10^6\times3\times10^{-6}=45N$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۶۲ **گام اوّل:** چون ذره در حال تعادل اســـت، برایند نیروهای وارد بر آن صفر اســـت. نیروی وزن در خلاف جهت محور y به ذره وارد می‌شود پس نیروی الکتریکی باید در جهت محور y به ذره وارد شود. چون ذره الکترون از دست داده است بار آن مثبت و جهت میدان الکتریکی هم‌جهت با جهت نیروی الکتریکی و به سمت بالا باید باشد. بنابراین موارد (الف) و (ت) نادرست‌اند و مورد (پ) درست است.

گام دوم: به سراغ محاسبهٔ بار ذره و سپس بزرگی میدان الکتریکی می‌رویم:

$$q=ne=50\times1/6\times10^{-19}=8\times10^{-18}C$$

$$F_E\Rightarrow E|q|=mg\Rightarrow E\times8\times10^{-18}=(2\times10^{-9}\times10^{-3})\times10$$

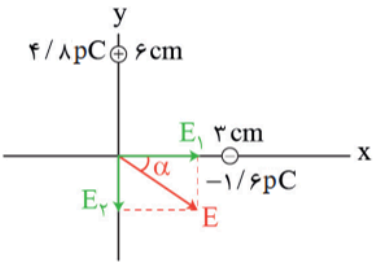
$$E=\frac{1}{4}\times10^7=2/5\times10^6\frac{N}{C}$$

بنابراین مورد (ب) درست است.

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

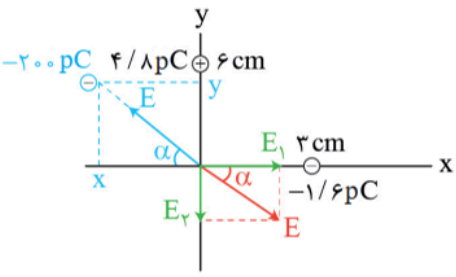
۱۶۳ **گام اوّل:** ابتدا میدان الکتریکی بارهای q_1 و q_2 را در مبدأ مختصات به‌دست می‌آوریم و سپس برایند آن‌ها را حساب می‌کنیم.
برای سادگی لازم نیست مقدار k را در رابطه قرار دهیم. حتی تبدیل یکا هم لازم نیست ولی اگر در SI هم جای‌گذاری کنیم تفاوتی ندارد فقط زمان بیشتری برای محاسبه نیاز دارد.



$$E = k\frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = k\frac{1/6}{3^2} = \frac{1/6k}{9} = \frac{3/2k}{18} \\ E_2 = k\frac{4/8}{6^2} = \frac{0/8k}{6} = \frac{2/4k}{18} \end{cases}$$

$$E_{1,2} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \rightarrow E_{1,2} = \frac{k}{18}\sqrt{3/2^2 + 2/4^2} = \frac{4k}{18}$$

گام دوم: بار $q_3 = -200pC$ باید در ناحیه دوم در نقطه‌ای قرار گیرد که میدان آن در مبدأ مختصات درست قرینه میدان خالص دو بار q_1 و q_2 باشد.



$$\frac{4k}{18} = k\frac{200}{r^2} \rightarrow r = 30cm$$

فاصله بار تا مبدأ مختصات باید ۳۰cm باشد اکنون با توجه به برابری دو زاویه α داریم:

$$\tan\alpha = \frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{2/4k}{18}}{\frac{3/2k}{18}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{y}{x} \rightarrow r = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow 30^2 = x^2 + (\frac{3}{4}x)^2 \rightarrow \begin{cases} x = 24cm \\ y = \frac{3}{4}\times 24 = 18 \end{cases}$$

چون بار q_3 در ناحیه دوم است باید مختصات به صورت $C\begin{vmatrix} -24cm \\ 18\ cm \end{vmatrix}$ باشد.

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۶۴ **گام اوّل:** چون تنها نیروی الکتریکی بر ذره اثر می‌گذارد، تغییرات انرژی جنبشی آن برابر با قرینهٔ تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار است. ابتدا رابطهٔ $\Delta K=-\Delta U$ را برای فاصلهٔ بین دو صفحه می‌نویسیم:

$$W_E=-\Delta U\rightarrow \Delta K=-\Delta U=-q\Delta V$$

$$\frac{۱}{۲}mv^۲-\frac{۱}{۲}mv_۰^۲=-(q\Delta V)$$

$$\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱۰^{-۶}(۰-v_۰^۲)=-(۵\times ۱۰^{-۶}\times ۲۰۰۰)\Rightarrow v_۰=۱۰۰m/s$$

$$v_۰=۱۰۰m/s$$

گام دوم: هنگامی که ذره فاصلهٔ $۱/۶۸mm$ را طی می‌کند، باز هم رابطهٔ $\Delta K=-q\Delta V$ را می‌نویسیم تا اختلاف پتانسیل الکتریکی بین ابتدا و انتهای این مسیر به‌دست بیاید:

$$\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱۰^{-۶}(۴۰^۲-۱۰۰^۲)=-(۵\times ۱۰^{-۶}\Delta V)\Rightarrow \Delta V=۱۶۸۰V$$

گام سوم: با استفاده از رابطهٔ $E=\frac{|\Delta V|}{d}$، بزرگی میدان الکتریکی بین دو صفحه را به‌دست می‌آوریم:

$$E=\frac{|\Delta V|}{d}=\frac{۱۶۸۰}{۱/۶۸\times ۱۰^{-۳}}=۱۰^۶\frac{N}{C}$$

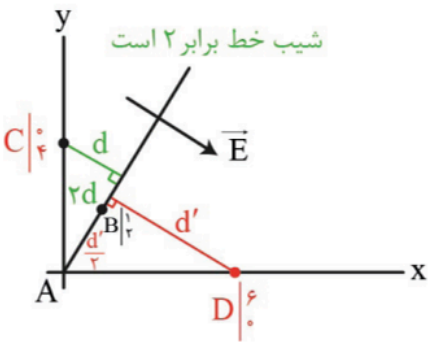
(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۶۵ نقاط A و B دارای پتانسیل برابرند به این ترتیب خطی که این دو نقطه را به هم وصل می‌کند بر میدان الکتریکی عمود است. از طرفی اختلاف پتانسیل نقطه C با این خط $\Delta V=۱۸-۱۰=۸V$ است (چنان‌چه از خط AB به طرف نقطهٔ C حرکت کنیم در خلاف جهت میدان حرکت کرده‌ایم چون پتانسیل زیاد شده است) اکنون فاصله نقطهٔ C را از خط AB را می‌یابیم تا بتوانیم بزرگی میدان را محاسبه کنیم. ضمناً معادله خط AB، $y=۲x$ است.

$$d^۲+(۲d)^۲=۴^۲\rightarrow d=\frac{۴}{\sqrt{۵}}m$$

$$E=\frac{\Delta V}{d}\rightarrow E=\frac{۸}{۴/\sqrt{۵}}=۲\sqrt{۵}\frac{V}{m}$$

$$d'^۲+(\frac{d'}{۲})^۲=۶^۲\rightarrow d'=\frac{۱۲}{\sqrt{۵}}m$$



شیب خط AB، ۲ است، از طریق این شیب مقادیر d و ۲d یا d' و $\frac{d'}{۲}$ روی شکل نوشته شده است.

$$E=\frac{\Delta V}{d'}\rightarrow ۲\sqrt{۵}=\frac{\Delta V}{۱۲/\sqrt{۵}}\rightarrow \Delta V=۲۴V$$

نقطه D در مقایسه با خط AB در جهت میدان جلوتر است به این ترتیب پتانسیل نقطه D کم‌تر از پتانسیل خط AB است.

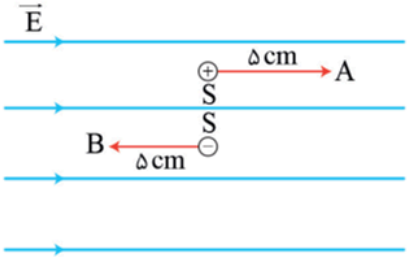
$$V_{AB}-V_D=۲۴$$

$$۱۰-V_D=۲۴\rightarrow V_D=-۱۴V$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۶۶ مطابق شکل فرض می‌کنیم که جهت میدان الکتریکی به طرف راست و مانند شکل زیر مکان‌های اولیه و نهایی بارها معلوم شده است. از طرفی می‌دانیم از نقطه شروع بار مثبت در جهت میدان و بار منفی در خلاف جهت میدان در اثر نیروی میدان جابه‌جا می‌شوند.



طبق رابطهٔ $\Delta U = -\Delta K$، داریم:

$$\Delta U = -\Delta K \rightarrow \Delta U_{\text{بار مثبت}} + \Delta U_{\text{بار منفی}} = -۷\times۱۰^{-۳}\,J$$

$$\Delta U = q\Delta V$$

گام دوم: چون میدان یکنواخت و هر بار $۵\,cm$ جابه‌جا شده است از رابطه $\Delta V = Ed$ می‌توان نتیجه گرفت که $V_S - V_A = V_B - V_S$ با جایگذاری این رابطه در روابط بالا، داریم:

$$(۱)\ \Delta U_{\text{بار مثبت}} = (۸\times۱۰^{-۶})(V_A - V_S) = -(۸\times۱۰^{-۶})(V_S - V_A)$$

$$(۲)\ \Delta U_{\text{بار منفی}} = (-۶\times۱۰^{-۶})(V_B - V_S)$$

مجموع دو رابطه (۱) و (۲) $\rightarrow -(۸\times۱۰^{-۶})(V_S - V_A) + (-۶\times۱۰^{-۶})(V_B - V_S) = -۷\times۱۰^{-۳}$

$$\rightarrow -(۱۴\times۱۰^{-۶})(V_S - V_A) = -۷\times۱۰^{-۳} \Rightarrow (V_S - V_A) = ۵۰V$$

گام سوم: بنابر روابط به دست آمده $V_A - V_B$ را به دست می‌آوریم و با استفاده از آن میدان الکتریکی و نیروی الکتریکی وارد بر ذره باردار را تعیین می‌کنیم.

$$\begin{cases} V_S - V_A = ۵۰V \\ V_B - V_S = ۵۰V \end{cases} \rightarrow V_A - V_B = -۱۰۰V$$

$$|V| = Ed \rightarrow ۱۰۰ = E\times(۰/۰۵ + ۰/۰۵) \rightarrow E = ۱۰^{۴}\,\frac{N}{C}$$

$$F = qE = ۸\times۱۰^{-۶}\times۱۰^{۴} = ۰/۰۸N$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۶۷ **گام اول:** ابتدا مساحت صفحه‌های خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$A = \pi r^{۲} = ۳\times(۰/۱)^{۲} = ۳\times۱۰^{-۲}\,m^{۲}$$

گام دوم: از رابطهٔ $C = k\varepsilon_{۰}\frac{A}{d}$، ظرفیت خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$C = k\varepsilon_{۰}\frac{A}{d} = ۴\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times\frac{۳\times۱۰^{-۲}}{۲\times۱۰^{-۲}} = ۵۴\times۱۰^{-۱۲}F = ۵۴pF$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۶۸ **گام اول:** فاصلهٔ اولیه بین صفحات خازن را برابر d برحسب میلی‌متر در نظر می‌گیریم. در هر دو حالت نسبت ظرفیت جدید خازن به ظرفیت قبلی را به‌دست می‌آوریم:

$$C = k\varepsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \begin{cases} \text{حالت اول}: \frac{C_1}{C} = \frac{d}{d_1} = \frac{d}{d-5} \\ \text{حالت دوم}: \frac{C_2}{C} = \frac{d}{d_2} = \frac{d}{d+10} \end{cases}$$

گام دوم: در حالت اول خازن به باتری متصل است و با هر تغییری در ساختمان خازن ولتاژ خازن ثابت باقی می‌ماند. در حالت دوم چون خازن از باتری جدا است با هر تغییری در ساختمان خازن بار خازن ثابت می‌ماند. بنابراین نسبت انرژی خازن در هر دو حالت به انرژی اوّلیه خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{حالت اوّل}: V = \text{ثابت} \Rightarrow U = \frac{1}{2}CV^2 \Rightarrow \frac{U_1}{U} = \frac{C_1}{C} = \frac{d}{d-5}$$

$$\text{حالت دوم}: Q = \text{ثابت} \Rightarrow U = \frac{Q^2}{2C} \Rightarrow \frac{U_2}{U} = \frac{C}{C_2} = \frac{d+10}{d}$$

چون $U_2 = U_1$ است، پس d برابر است با:

$$U_2 = U_1 \Rightarrow \frac{U_2}{U} = \frac{U_1}{U} \Rightarrow \frac{d+10}{d} = \frac{d}{d-5} \Rightarrow d^2 + 5d - 50 = d^2 \Rightarrow 5d = 50 \Rightarrow d = 10\,mm$$

گام سوم: ظرفیت خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$C = k\varepsilon_0 \frac{A}{d} = 1 \times 9 \times 10^{-12} \times \frac{20 \times 10^{-4}}{10 \times 10^{-3}} = 1/8 \times 10^{-12} F = 1/8\,pF$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۶۹ با ترکیب دو رابطهٔ $C = \frac{Q}{V}$ و $C = k\varepsilon_0 \frac{A}{d}$، اختلاف پتانسیل دو سر خازن را به‌دست می‌آوریم.

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{k\varepsilon_0 \frac{A}{d}} = \frac{Q \cdot d}{k\varepsilon_0 A} \xrightarrow{k=1} V = \frac{Q \times 17/6 \times 10^{-3}}{1 \times 8/8 \times 10^{-12} \times 40 \times 10^{-4}} = \frac{Q}{2} \times 10^{12} V$$

تغییرات اختلاف پتانسیل در دو حالت را با استفاده از رابطهٔ به‌دست آمده تعیین می‌کنیم:

$$V_2 - V_1 = \frac{\Delta Q}{2} \times 10^{12} \Rightarrow V_2 - V_1 = \frac{+8 \times 10^{-12}}{2} \times 10^{12} = +4\,V$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۷۰ ابتدا به کمک ترکیب روابط انرژی، ظرفیت و میدان الکتریکی بین صفحات خازن یک رابطهٔ جدید به‌دست می‌آوریم:

$$U=\frac{1}{2}CV^2 \xrightarrow{C=\frac{k\varepsilon_0 A}{d}} U=\frac{1}{2}\frac{k\varepsilon_0 A}{d}V^2$$

$$\xrightarrow{V=Ed} U=\frac{1}{2}\left(\frac{k\varepsilon_0 A}{d}\right)(Ed)^2=\frac{1}{2}k\varepsilon_0 AE^2 d$$

از آن‌جایی که حجم بین صفحات خازن تخت برابر $V=Ad$ است داریم:

$$U=\frac{1}{2}k\varepsilon_0 E^2 V$$

دقت کنید که در رابطهٔ بالا V حجم بین صفحات خازن است و نه اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه! و در نهایت با یک عددگذاری ساده ثابت دی الکتریک k را به‌دست می‌آوریم:

$$9\times10^{-6}=\frac{1}{2}(k)(9\times10^{-12})(10^3)^2(0/5)\Rightarrow k=4$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۷۱ **گام اول:** انرژی ذخیره شده در خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$U=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}\times\left(20\times10^{-6}\right)\times\left(1\times10^3\right)^2=10\,J$$

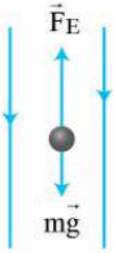
گام دوم: توان متوسط انرژی تخلیه شده در مقاومت برابر است با:

$$P=\frac{U}{t}=\frac{10}{2\times10^{-3}}=5\times10^3\,W=5\,kW$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۷۲ چون ذره از حال سکون به سمت بالا شروع به حرکت کرده است، نیروی الکتریکی وارد بر ذره به سمت بالا است. پس جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره در خلاف جهت میدان الکتریکی است و در نتیجه بار ذره منفی است. (گزینه‌های (۱) و (۲) حذف می‌شوند.)

برایند نیروهای وارد بر ذره را به دست می‌آوریم. دو نیروی الکتریکی و وزن به ذره وارد می‌شوند، پس:



$$\begin{cases}F_E=E|q|=10^4\times|q|\\ mg=0/2\times10^{-3}\times10=2\times10^{-3}\,N\end{cases}$$

$$F_{net}=F_E-mg=10^4|q|-2\times10^{-3}$$

کار نیروی خالص وارد بر ذره برابر تغییرات انرژی جنبشی ذره است. پس:

$$W_{F_{net}}=K_2-K_1\Rightarrow(10^4|q|-2\times10^{-3})\times40\times10^{-2}=\frac{1}{2}\times0/2\times10^{-3}\times4^2-0$$

$$\Rightarrow|q|=6\times10^{-7}\,C=0/6\,\mu C\xrightarrow{q<0}q=-0/6\,\mu C$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۷۳ ابتدا محل بار q_1 را تعیین می‌کنیم. ثابت کولن را برای محاسبه راحت‌تر $۹۰\frac{N.cm^2}{(\mu C)^2}$ قرار داده‌ایم.

$$F_{12}=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow ۴۵=۹۰\times\frac{۴۰\times۲۰}{r^2}\Rightarrow r=۴۰cm\Rightarrow x_1=۴۰-۱۰=۳۰cm$$

پس از تماس دو گوی، بار آن‌ها با هم برابر شده و برابر با میانگین بار گوی‌ها قبل از تماس می‌شود. پس:

$$q_1'=q_2'=\frac{q_1+q_2}{۲}=\frac{-۴۰+۲۰}{۲}=-۱۰\mu C$$

حالا میدان الکتریکی دو بار در مبدأ مختصات را تعیین می‌کنیم:



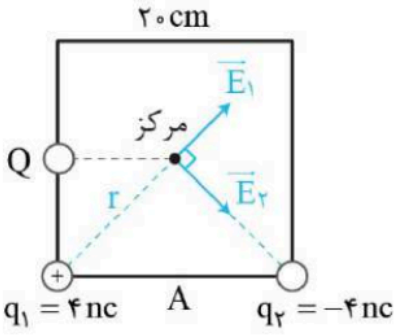
$$E=k\frac{|q|}{r^2}\begin{cases}E_1=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۰\times۱۰^{-۶}}{(۰/۳)^2}=۱۰^۶\frac{N}{C}\Rightarrow\vec{E}_1=(+۱۰^۶\frac{N}{C})\vec{i}\\ E_2=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۰\times۱۰^{-۶}}{(۰/۱)^2}=۹\times۱۰^۶\frac{N}{C}\Rightarrow\vec{E}_2=(-۹\times۱۰^۶\frac{N}{C})\vec{i}\end{cases}$$

$$\vec{E}_T=\vec{E}_1+\vec{E}_2=(-۸\times۱۰^۶\frac{N}{C})\vec{i}$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۷۴ چون میدان خالص در مرکز مربع صفر است، برایند دو میدان بارهای q_1 و q_2 باید در راستای افقی باشد تا میدان بار Q که افقی است را خنثی کند. پس بار q_2 هم اندازه با بار q_1 و ناهم‌نام با این بار است. میدان برایند دو بار q_1 و q_2 را در مرکز مربع حساب می‌کنیم.

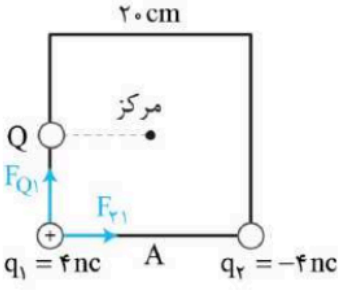


$$2r = \sqrt{0/2^2 + 0/2^2} = 0/2\sqrt{2} \Rightarrow r = 0/1\sqrt{2}m$$

$$E_1 = E_2 = k\frac{|q_1|}{r^2} = 9\times10^9 \times \frac{4\times10^{-9}}{(0/1\sqrt{2})^2} = 1800\frac{N}{C}$$

$$E_{1,2} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{2}E_1 = 1800\sqrt{2}\frac{N}{C}$$

میدان بار Q در مرکز مربع هم اندازه با $E_{1,2}$ ولی در خلاف جهت آن است. چون فاصلهٔ بار Q تا بار q_1 هم اندازه با فاصلهٔ بار Q تا مرکز مربع است، پس میدان بار Q در محل بار q_1 نیز برابر $E_{1,2} = 1800\sqrt{2}\frac{N}{C}$ است. بنابراین نیروی وارد بر بار q_1 برابر است با:



$$F_{Q_1} = E_Q|q_1| = 1800\sqrt{2}\times4\times10^{-9} = 72\sqrt{2}\times10^{-7}N$$

$$F_{21} = k\frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = 9\times10^9 \times \frac{(4\times10^{-9})^2}{(0/2)^2} = 36\times10^{-7}N$$

در نهایت نیروی خالص وارد بر بار q_1 را حساب می‌کنیم:

$$F_{net} = \sqrt{F_{q_1}^2 + F_{21}^2} = \sqrt{(72\sqrt{2}\times10^{-7})^2 + (36\times10^{-7})^2} = 36\times10^{-7}\times\sqrt{8+1} = 108\times10^{-7}\frac{N}{C} = 1/08\times10^{-5}\frac{N}{C}$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۷۵ به بار $+q$ در جهت میدان و به بار $-q$ در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود. چون تراکم خطوط میدان در محل بار $+q$ بیشتر از محل بار $-q$ است، پس بزرگی میدان در محل بار $+q$ بیشتر از محل بار $-q$ است و طبق رابطهٔ $F = E|q|$، بزرگی نیروی وارد بر بار $+q$ بیشتر از $-q$ است. پس مجموعه به سمت راست شروع به حرکت می‌کند. با حرکت بار منفی در جهت میدان انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۷۶ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار قرینهٔ کار میدان الکتریکی است. پس:

$$\Delta U = -W_E = -200\mu J$$

طبق رابطهٔ $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$، پتانسیل نقطهٔ B را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta V = \frac{-20\mu J}{-5\mu c} = +40V \Rightarrow V_B - V_A = +40 \Rightarrow V - (-50) = +40 \Rightarrow V = -10V$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۷۷ ابتدا ظرفیت خازن بعد از تغییر فاصلهٔ بین صفحات آن را حساب می‌کنیم.

$$C = k\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C'}{C} = \frac{d}{d'} = \frac{d}{\frac{d}{2}} = 2$$

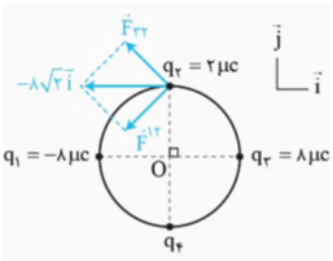
چون خازن در ابتدا به باتری وصل است، ولتاژ آن ثابت است. طبق رابطهٔ $Q = CV$ با دو برابر شدن ظرفیت خازن، بار خازن نیز ۲ برابر می‌شود، پس $Q' = 2Q$ است.

در مرحلهٔ آخر $0/2Q$ از بار خازن را کم کرده‌ایم پس بار خازن از $Q' = 2Q$ به $Q'' = 2Q - 0/2Q = 1/8Q$ می‌رسد. طبق رابطهٔ $U = \frac{Q^2}{2C}$، نسبت انرژی نهایی خازن به انرژی اولیه آن را به دست می‌آوریم:

$$\frac{U''}{U} = (\frac{Q''}{Q})^2 \times (\frac{C}{C'}) = (\frac{1/8Q}{Q})^2 \times (\frac{1}{2}) = 1/62$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۷۸ برایند دو نیرویی که بارهای q_1 و q_3 به بار q_2 وارد کرده‌اند مولفهٔ $\vec{i}$ نیروی خالص را ساخته است. اگر شعاع دایره r باشد، نیرویی که هریک از بارهای q_3 و q_1 به بار q_2 وارد می‌کنند را به دست می‌آوریم و برایند این دو نیرو را برابر $8\sqrt{2}N$ قرار می‌دهیم.



$$F_{12} = F_{32} = k\frac{|q_1||q_2|}{(r\sqrt{2})^2}$$

$$\sqrt{F_{12}^2 + F_{32}^2} = 8\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{2} \times \frac{k|q_1||q_2|}{2r^2} = 8\sqrt{2} \Rightarrow k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} = 16$$

مولفهٔ $6\vec{j}$ نیروی خالص را بار q_4 به بار q_2 وارد کرده است. چون این نیرو دافعه است پس علامت بار q_4 مثبت است. اندازه نیرویی که این بار به بار q_2 وارد می‌کند را محاسبه می‌کنیم و برابر $6N$ قرار می‌دهیم:

$$F_{42} = k\frac{|q_4||q_2|}{(2r)^2} \Rightarrow 6 = k\frac{|q_4||q_2|}{4r^2} \Rightarrow k\frac{|q_4||q_2|}{r^2} = 24$$

با تقسیم دو معادلهٔ به دست آمده، q_4 را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\frac{k|q_4||q_2|}{r^2}}{\frac{k|q_1||q_2|}{r^2}} = \frac{24}{16} \Rightarrow \frac{|q_4|}{8} = \frac{3}{2} \Rightarrow |q_4| = 12\mu C \Rightarrow q_4 = +12\mu C$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۷۹ در طول مسیر دو نیروی F و نیروی الکتریکی کار انجام می‌دهد. قضیه کار و انرژی جنبشی را برای کل مسیر AC می‌نویسیم:

$$W_F + W_E = K_C - K_A \xrightarrow{K_C = K_A = 0} Fd_{AB}\cos 0 + E|q|d_{AC}\cos 180 = 0$$

$$\Rightarrow 0/6 \times 4 \times 10^{-2} \times 1 - 5 \times 10^4 \times 4 \times 10^{-6} \times d_{AC} = 0 \Rightarrow d_{AC} = \frac{2/4}{20} = 12 \times 10^{-2} = 12cm$$

حالا فاصلهٔ BC را حساب می‌کنیم:

$$\overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB} = 12 - 4 = 8cm$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۸۰ با استفاده از رابطهٔ $C=\frac{\Delta Q}{\Delta V}$، ظرفیت خازن را به دست می‌آوریم.

$$C=\frac{\Delta Q}{\Delta V}=\frac{۱۰\mu C}{۵V}=۲\mu F$$

با استفاده از رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}CV^۲$ به صورت نسبتی، نسبت اختلاف پتانسیل دو سر خازن در حالت جدید به حالت قبلی را به دست می‌آوریم:

$$\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{\frac{۱}{۲}CV_۲^۲}{\frac{۱}{۲}CV_۱^۲}=(\frac{V_۲}{V_۱})^۲\Rightarrow ۹=(\frac{V_۲}{V_۱})^۲\Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱}=۳$$

باتوجه به اینکه $V_۲-V_۱=۵V$ است، پس اختلاف پتانسیل اولیه خازن برابر است با:

$$\frac{V_۲}{V_۱}=۳\Rightarrow\frac{V_۱+۵}{V_۱}=۳\Rightarrow V_۱=۲/۵V$$

انرژی ذخیره شده در خازن در حالت اول را به دست می‌آوریم:

$$U_۱=\frac{۱}{۲}CV_۱^۲=\frac{۱}{۲}\times ۲\times(۲/۵)^۲=۶/۲۵\mu J$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۸۱ برای آنکه نیروی الکتریکی که دوبار به هم وارد می‌کنند بیشینه شود، باید حاصلضرب اندازه بارها بیشینه شود. برای دو بار هم‌نام باید پس از انتقال بار اندازهٔ بارها با هم برابر شود. پس اندازهٔ جدید هرکدام از بارها برابر است با:

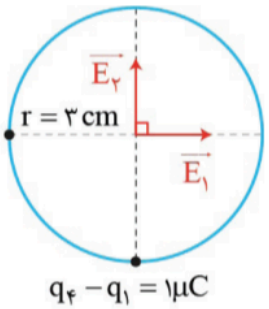
$$q_۱'=q_۲'=\frac{q_۱+q_۲}{۲}=\frac{q+۴q}{۲}=۲/۵q$$

حالا درصدی از بار $q_۲=۴q$ که باید منتقل شود را حساب می‌کنیم:

$$\frac{۴q-۲/۵q}{۴q}\times ۱۰۰=\frac{۱/۵q}{۴q}\times ۱۰۰=۳۷/۵٪$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۸۲ ابتدا از تقارن وضعیت قرارگیری بارها استفاده می‌کنیم تا شکل کمی ساده‌تر شود. پس میدان بارهای جایگزین را حساب می‌کنیم.



$q_۵-q_۲=۴-(-۲)=۶\mu C$

$q_۴-q_۱=۱\mu C$

$$E=k\frac{|q|}{r^۲}$$

$$\begin{cases}E_۱=۹\times۱۰^۹\times\frac{۶\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۴}}=۶\times۱۰^۷\frac{N}{C}\\ E_۲=۹\times۱۰^۹\times\frac{۱\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۴}}=۱۰^۷\frac{N}{C}\end{cases}$$

بنابراین میدان خالص در مرکز دایره در SI به صورت $\vec{E}=E_۱\vec{i}+E_۲\vec{j}=۶\times۱۰^۷\vec{i}+۱۰^۷\vec{j}$ است.

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۸۳ بار اولیه خازن را برحسب میکروکولن Q در نظر می‌گیریم. با انتقال بار $-۲\mu C$ از صفحهٔ منفی به صفحهٔ مثبت، بار خازن $(Q-۲)\mu C$ می‌شود. طبق رابطه $U=\frac{Q^۲}{۲C}$، تغییرات انرژی خازن را محاسبه کرده و برابر $-۳۰\mu J$ قرار می‌دهیم تا مقدار Q به دست بیاید:

$$\begin{cases} U_۱=\frac{Q^۲}{۲C}=\frac{Q^۲}{۲۰} \\ U_۲=\frac{(Q-۲)^۲}{۲C}=\frac{(Q-۲)^۲}{۲۰} \end{cases} \Rightarrow U_۲-U_۱=-۳۰ \Rightarrow \frac{(Q^۲-۲)^۲}{۲۰}-\frac{Q^۲}{۲۰}=-۳۰$$

$$\Rightarrow \frac{-۴Q+۴}{۲۰}=-۳۰ \Rightarrow \frac{-Q+۱}{۵}=-۳۰ \Rightarrow Q=۱۵۱\mu C$$

حالا اختلاف پتانسیل اولیه خازن را به دست می‌آوریم:

$$V=\frac{Q}{C}=\frac{۱۵۱}{۱۰}=۱۵/۱V$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

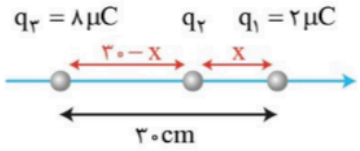
۱۸۴ چون ذره در تعادل است، برایند دو نیروی وزن و نیروی الکتریکی باید صفر باشد. پس نیروی الکتریکی وارد بر ذره باید به سمت بالا باشد تا نیروی وزن را خنثی کند. چون بار ذره منفی است، پس جهت میدان، خلاف جهت نیروی الکتریکی و به سمت پایین است. (گزینه‌های ۱ و ۳ حذف می‌شوند.) اندازهٔ میدان الکتریکی را از تساوی اندازه نیروی الکتریکی و نیروی وزن به دست می‌آوریم.

$$W=F_E \Rightarrow mg=E|q| \Rightarrow ۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰=E\times۵\times۱۰^{-۶} \Rightarrow E=۴\times۱۰^{۳}\frac{N}{C}$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۸۵ ابتدا فاصله بارها تا بار q_2 را به دست می‌آوریم. میدان الکتریکی دو بار q_1 و q_3 در محل بار q_2 باید هم‌اندازه باشند، پس:



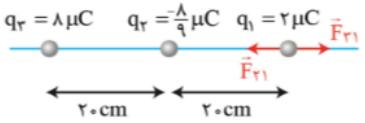
$$E_1 = E_3 \Rightarrow \frac{k|q_1|}{x^2} = \frac{k|q_3|}{(30-x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{(30-x)^2} \xrightarrow{\sqrt{\ }} \frac{1}{x} = \frac{2}{30-x} \Rightarrow x = 10\,cm$$

میدان الکتریکی دوبار q_1 و q_3 در محل بار q_2 باید هم‌اندازه و در خلاف جهت هم باشد. پس بار q_2 منفی است. بار q_2 برابر است با:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{k|q_1|}{(30)^2} = k\frac{|q_2|}{(30-x)^2} \Rightarrow \frac{2}{30^2} = \frac{|q_2|}{20^2} \Rightarrow |q_2| = \frac{8}{9}\mu C \Rightarrow q_2 = \frac{-8}{9}\mu C$$

حالا در شرایط جدید برایند نیروهای وارد بر بار q_1 را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} F_{31} = k\dfrac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = 90\times\dfrac{2\times 8}{(40)^2} = 0/9\,N \\ F_{21} = k\dfrac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = 90\times\dfrac{\frac{8}{9}\times 2}{(20)^2} = 0/4\,N \end{cases} \Rightarrow F_{net(1)} = F_{31} - F_{21} = 0/9 - 0/4 = 0/5\,N$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۸۶ ابتدا از رابطهٔ $U = \frac{1}{2}CV^2$ انرژی ذخیره شده در خازن را به دست می‌آوریم.

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\times(20\times10^{-6})\times(2\times10^2)^2 = 0/4\,J = 400\,mJ$$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۸۷ پاسخ تشریحی

گام اول: با توجه به سری الکتریسیتهٔ مالشی، چون جسم B به انتهای منفی سری نزدیک‌تر است، پس الکترون‌خواهی آن بیشتر است؛ بنابراین وقتی دو جسم نارسانا و خنثای A و B را با یکدیگر مالش می‌دهیم، تعدادی الکترون از جسم A به جسم B منتقل شده و بار الکتریکی خالص جسم B، منفی می‌شود (رد ۱ و ۲).

گام دوم: حالا می‌توانیم بار الکتریکی خالص جسم B بعد از مالش را به دست آوریم.

$$q = -ne \xrightarrow[e=1/6\times10^{-19}\,C]{n=1/5\times10^{13}} q_B = -1/5\times10^{13}\times1/6\times10^{-19} = -2/4\times10^{-6}\,C \quad \text{یا} \quad q_B = -2/4\,\mu C$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۸۸ پاسخ تشریحی **گام اول:** وقتی دو گوی مشابه رسانا که دارای بار الکتریکی هستند را توسط سیمی به یکدیگر وصل کنیم، با یکدیگر الکترون مبادله می‌کنند و در نهایت بار الکتریکی آن‌ها با هم برابر می‌شود. طبق اصل پایستگی بار، مجموع بار دو گوی قبل از وصل سیم با مجموع بار آن‌ها پس از وصل سیم برابر است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$q_1+q_2=q'_1+q'_2 \xrightarrow{q'_1=q'_2} q_1+q_2=2q'_1 \Rightarrow q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2} \xrightarrow[q_2=-2\,nC]{q_1=Q} q'_1=q'_2=\frac{Q-2}{2}$$

گام دوم: حالا کافی است از قانون کولن به طور نسبتی استفاده کنیم: *(دقت کنید که در نسبت‌گیری فقط کافیه که یکاها یکسان باشه).*

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F}=\frac{|q'_1||q'_2|}{|q_1||q_2|}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow[|q'_1|=|q'_2|=|\frac{Q-2}{2}|,\,q_1=Q,\,q_2=-2\,nC]{F'=F-\frac{20}{100}F=\frac{8}{10}F,\,r=r'} \frac{8}{10}=\frac{|\frac{Q-2}{2}|^2}{2|Q|} \Rightarrow 6/4|Q|=|Q-2|^2$$

معادله را حل نکنید! گزینه‌ها را جای‌گذاری کنید. مثلاً با جای‌گذاری $Q=0/4\,nC$ و $Q=10\,nC$ (۲) داریم:

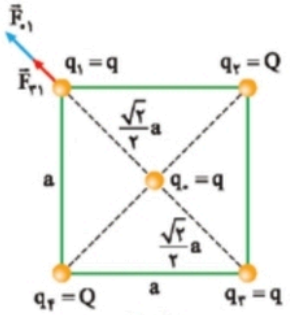
$$6/4\times 10=8^2 \Rightarrow 64=64 \;\checkmark \qquad 6/4\times 0/4=(1/6)^2 \Rightarrow 2/56=2/56 \;\checkmark$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۸۹

پاسخ تشریحی **گام اول:** بارهای الکتریکی q_0، q_1 و q_2 همنام هستند و یکدیگر را دفع می‌کنند؛ بنابراین نیروهای الکتریکی‌ای که بارهای q_0 و q_2 بر بار q_1 وارد می‌کنند، مطابق شکل (الف) است.



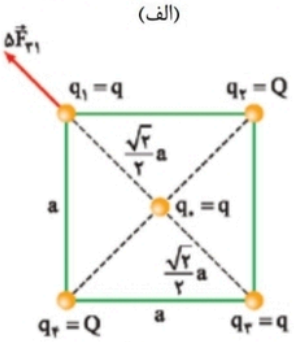
(الف)

گام دوم: نسبت بزرگی دو نیروی الکتریکی $\vec{F}_{01}$ و $\vec{F}_{31}$ را با استفاده از قانون کولن به دست می‌آوریم.

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow\frac{F_{01}}{F_{31}}=\frac{|q_0||q_1|}{|q_3||q_1|}\times\left(\frac{r_{31}}{r_{01}}\right)^2\xrightarrow[r_{31}=\sqrt{2}a,\ r_{01}=\frac{\sqrt{2}}{2}a]{q_0=q_3=q}\frac{F_{01}}{F_{31}}=1\times\left(\frac{\sqrt{2}a}{\frac{\sqrt{2}}{2}a}\right)^2$$

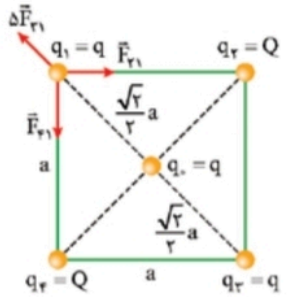
$$\Rightarrow F_{01}=4F_{31}$$

پس با توجه به شکل (ب)، بزرگی برایند نیروهای الکتریکی $\vec{F}_{01}$ و $\vec{F}_{31}$ برابر با $5F_{31}(=F_{31}+4F_{31})$ است.



(ب)

گام سوم: بارهای q_2 و q_4 همنام هستند و اگر با بار q_1 نیز همنام باشند، آن‌گاه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 صفر نمی‌شود *(چون در این حالت نیروی $5\vec{F}_{31}$ خنثی نمی‌شه!)*؛ پس بارهای Q و q ناهمنام هستند (رد ۱ و ۳). نیروهای الکتریکی‌ای که بارهای q_2 و q_4 بر بار q_1 وارد می‌کنند، مطابق شکل (پ) است.



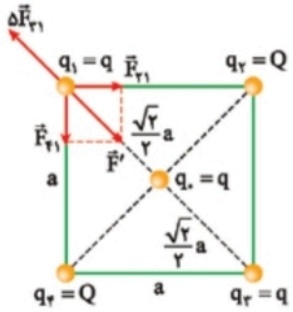
(پ)

گام چهارم: نسبت بزرگی دو نیروی الکتریکی $\vec{F}_{21}$ و $\vec{F}_{41}$ را با استفاده از قانون کولن به دست می‌آوریم:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow\frac{F_{21}}{F_{41}}=\frac{|q_2||q_1|}{|q_4||q_1|}\times\left(\frac{r_{41}}{r_{21}}\right)^2\xrightarrow[r_{41}=a,\ r_{21}=a]{q_2=q_4=Q}\frac{F_{21}}{F_{41}}=1\times1\Rightarrow F_{21}=F_{41}$$

بنابراین با توجه به شکل (ت) بزرگی برایند نیروهای الکتریکی $\vec{F}_{21}$ و $\vec{F}_{41}$ برابر است با:

$$F'=\sqrt{F_{21}^2+F_{41}^2}\xrightarrow{F_{21}=F_{41}}F'=\sqrt{F_{21}^2+F_{21}^2}=\sqrt{2}F_{21}$$



(ت)

گام پنجم: در نهایت برای این‌که نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 برابر با صفر باشد، باید $\sqrt{2}F_{21}=5F_{31}$ باشد؛ بنابراین با استفاده از قانون کولن می‌توانیم بنویسیم:

$$\sqrt{2}F_{21}=5F_{31}\Rightarrow\sqrt{2}\,k\frac{|q_2||q_1|}{r_{21}^2}=5\,k\frac{|q_3||q_1|}{r_{31}^2}\xrightarrow[r_{21}=a,\ r_{31}=\sqrt{2}a]{q_2=Q,\ q_3=q}\sqrt{2}\frac{|Q|}{a^2}=\frac{5|q|}{2a^2}$$

$$\Rightarrow\left|\frac{Q}{q}\right|=\frac{5\sqrt{2}}{4}\xrightarrow{Q\text{ و }q\text{ ناهمنام هستند.}}\frac{Q}{q}=-\frac{5\sqrt{2}}{4}$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

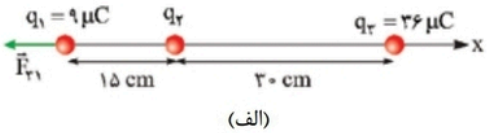
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۹۰

پاسخ تشریحی **گام اول:** نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی نقطه‌ای برابر صفر است، پس برای این‌که برایند نیروهای وارد بر بار $q_۲$ صفر باشد، باید نیروهای الکتریکی $\vec{F}_{۱۲}$ و $\vec{F}_{۳۲}$ هم‌اندازه، هم‌راستا و خلاف جهت یکدیگر باشند؛ بنابراین بار $q_۳$ همنام با بار $q_۱$ است و با استفاده از قانون کولن می‌توانیم بنویسیم *(نیروهای وارد بر بار $q_۲$ رو رسم نکردیم، چون علامت بار $q_۲$ رو نمی‌دونیم.)*:

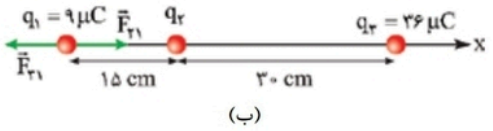
$$F_{۱۲}=F_{۳۲} \xrightarrow{F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}} \frac{k|q_۱||q_۲|}{r_{۱۲}^۲}=\frac{k|q_۳||q_۲|}{r_{۳۲}^۲} \xrightarrow[r_{۱۲}=۱۵\,cm,\,r_{۳۲}=۳۰\,cm]{q_۱=۹\,\mu C} \frac{۹}{(۱۵)^۲}=\frac{|q_۳|}{(۳۰)^۲} \Rightarrow q_۳=۳۶\,\mu C$$

گام دوم: حالا به سراغ نیروهای وارد بر بار $q_۱$ می‌رویم. بار $q_۳$ همنام با بار $q_۱$ است؛ پس یکدیگر را دفع می‌کنند. (شکل الف)



(الف)

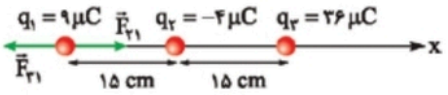
از طرفی نیروی الکتریکی خالص وارد بار $q_۱$ صفر است، پس نیرویی که بار $q_۲$ بر بار $q_۱$ وارد می‌کند، باید هم‌اندازه، هم‌راستا و خلاف جهت نیروی $\vec{F}_{۳۱}$ باشد؛ بنابراین با توجه به شکل (ب) بار $q_۲$ منفی است و با استفاده از قانون کولن می‌توانیم بنویسیم:



(ب)

$$F_{۲۱}=F_{۳۱} \Rightarrow k\frac{|q_۲||q_۱|}{r_{۲۱}^۲}=k\frac{|q_۳||q_۱|}{r_{۳۱}^۲} \xrightarrow[r_{۲۱}=۱۵\,cm,\,r_{۳۱}=۴۵\,cm]{q_۳=۳۶\,\mu C} \frac{|q_۲|}{(۱۵)^۲}=\frac{۳۶}{(۴۵)^۲} \Rightarrow q_۲=-۴\,\mu C$$

گام سوم: در نهایت با توجه به شکل (پ) و با استفاده از قانون کولن، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۱$ در حالت دوم را محاسبه می‌کنیم. (توجه کنید که بار $q_۳$، به اندازهٔ ۱۵ cm در خلاف جهت محور x جابه‌جا شده است.)



(پ)

نکته برای این‌که اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر بار را سریع‌تر محاسبه کنیم، می‌توانیم از رابطهٔ مقابل استفاده کنیم.

$$F=۹\times۱۰^۹\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$$

- اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر هر بار (N)
- بزرگی بار $q_۱$ (μC)
- بزرگی بار $q_۲$ (μC)
- فاصلهٔ بین دو بار (cm)

$$F_{۲۱}=۹\times۱۰^۹\frac{|q_۲||q_۱|}{r_{۲۱}^۲} \xrightarrow[r_{۲۱}=۱۵\,cm]{q_۲=-۴\,\mu C,\,q_۱=۹\,\mu C} F_{۲۱}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۹}{(۱۵)^۲} \Rightarrow F_{۲۱}=۱۴/۴\,N$$

$$F_{۳۱}=۹\times۱۰^۹\frac{|q_۳||q_۱|}{r_{۳۱}^۲} \xrightarrow[r_{۳۱}=۳۰\,cm]{q_۳=۳۶\,\mu C,\,q_۱=۹\,\mu C} F_{۳۱}=۹\times۱۰^۹\times\frac{۳۶\times۹}{(۳۰)^۲} \Rightarrow F_{۳۱}=۳۲/۴\,N$$

بنابراین با توجه به شکل (پ)، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۱$ برابر است با:

$$\vec{F}_{net,۱}=\vec{F}_{۲۱}+\vec{F}_{۳۱} \Rightarrow \vec{F}_{net,۱}=(۱۴/۴\,N)\vec{i}-(۳۲/۴\,N)\vec{i} \Rightarrow \vec{F}_{net,۱}=-(۱۸\,N)\vec{i}$$

تکنیک وقتی ۳ ذرهٔ باردار در یک راستا قرار گیرند و هر سه در حال تعادل باشند (نیروی خالص وارد بر هر یک از آن‌ها صفر باشد)، همواره بار میانی با دو بار الکتریکی دیگر، غیرهمنام هستند.

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

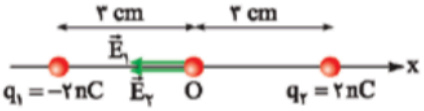
۱۹۱ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** با استفاده از رابطهٔ $\vec{F}=q\vec{E}$، بردار نیروی الکتریکی‌ای را که بار q بر بار q_0 وارد می‌کند، به دست می‌آوریم:

$$\vec{F}=q_0\vec{E} \Rightarrow \vec{F}=(2\times10^{-6}\ C)[(4\times10^{5}\ \frac{N}{C})\vec{i}-(2\times10^{5}\ \frac{N}{C})\vec{j}]=(0/8\ N)\vec{i}-(0/4\ N)\vec{j}$$

گام دوم: طبق قانون سوم نیوتون، نیروی الکتریکی‌ای که بار q_0 بر بار q وارد می‌کند، هم‌اندازه، هم‌راستا و در خلاف جهت نیروی الکتریکی‌ای است که بار q به q_0 وارد می‌کند؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم: $\vec{F}'=-\vec{F} \xrightarrow{\vec{F}=(0/8\ N)\vec{i}-(0/4\ N)\vec{j}} \vec{F}'=(-0/8\ N)\vec{i}+(0/4\ N)\vec{j}$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۹۲ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** ابتدا جهت بردارهای میدان الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی q_1 و q_2 در نقطهٔ O را مشخص می‌کنیم:



(۱ و ۳ پر! چون جهت میدان الکتریکی خالص در خلاف جهت محور x می‌شه. ☺)

گام دوم: حالا با استفاده از رابطهٔ $E=k\frac{|q|}{r^2}$، بزرگی میدان الکتریکی حاصل از هر بار در نقطهٔ O را به دست می‌آوریم (دقت کنید که چون اندازهٔ دو بار و نیز فاصلهٔ آن‌ها از نقطهٔ O یکسان است؛ پس بزرگی میدان الکتریکی حاصل از آن‌ها در نقطهٔ O نیز یکسان است.)

$$E_1=E_2=k\frac{|q_1|}{r_1^2} \xrightarrow[k=9\times10^{9}\ \frac{N.m^2}{C^2}]{q_1=-2\times10^{-9}\ C,\ r_1=0/03\ m} E_1=E_2=\frac{9\times10^{9}\times2\times10^{-9}}{9\times10^{-4}}=2\times10^{4}\ N/C$$

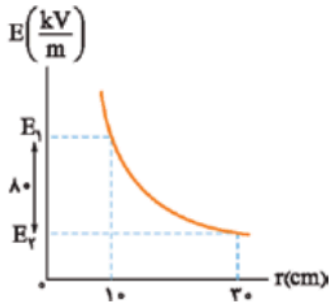
گام سوم: در نهایت با توجه به جهت میدان‌های الکتریکی در نقطهٔ O، بردار میدان الکتریکی خالص را به دست می‌آوریم:

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2 \xrightarrow{\vec{E}_1=\vec{E}_2=(-2\times10^{4}\ \frac{N}{C})\vec{i}} \vec{E}=(-4\times10^{4}\ \frac{N}{C})\vec{i}$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۹۳ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** ابتدا نسبت میدان‌های الکتریکی را با توجه به نمودار و با استفاده از رابطهٔ $E = k\frac{|q|}{r^2}$ به دست می‌آوریم.



$$E = k\frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = (\frac{r_2}{r_1})^2 \xrightarrow[r_2=30\,cm]{r_1=10\,cm} \frac{E_1}{E_2} = (\frac{30}{10})^2 \Rightarrow E_1 = 9E_2$$

بنابراین با توجه به نمودار، اندازهٔ E_2 به دست می‌آید:

$$E_1 - E_2 = 80 \xrightarrow{E_1=9E_2} 9E_2 - E_2 = 80 \Rightarrow E_2 = 10\frac{kV}{m} \text{ یا } E_2 = 10\times10^3\ V/m$$

با توجه به نمودار، اندازهٔ میدان الکتریکی در فاصلهٔ یک‌متری، کم‌تر از E_2 است؛ بنابراین ۲ و ۴ رد می‌شوند.

گام دوم: حالا می‌توانیم اندازهٔ بار الکتریکی را با استفاده از رابطهٔ $E = k\frac{|q|}{r^2}$ محاسبه کنیم.

$$E_2 = k\frac{|q|}{r_2^2} \xrightarrow[k=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2},\ r_2=0/3\ m]{E_2=10\times10^3\ V/m} 10\times10^3 = 9\times10^9\frac{|q|}{9\times10^{-2}} \Rightarrow |q| = 10^{-7}\ C$$

گام سوم: در آخر برای محاسبهٔ اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از این بار در فاصلهٔ یک‌متری از آن می‌توانیم بنویسیم:

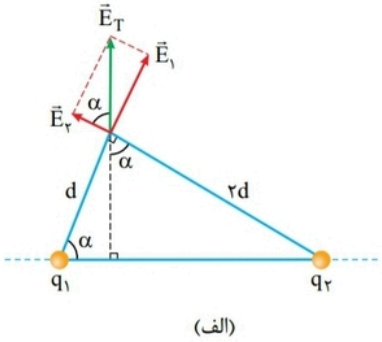
$$E = k\frac{|q|}{r^2} \xrightarrow[|q|=10^{-7}\ C,\ r=1\ m]{k=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2}} E = 9\times10^9\times\frac{10^{-7}}{1} \Rightarrow E = 900\ N/C$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۹۴

پاسخ تشریحی **گام اول:** چون جهت میدان الکتریکی خالص حاصل از بارهای الکتریکی q_1 و q_2 در نقطهٔ M، در جهت y است؛ پس علامت این دو بار الکتریکی مثبت و جهت میدان الکتریکی حاصل از آن‌ها، مطابق شکل (الف) است. *(زاویه‌ها رو طبق نکتهٔ بالا مشخص کردیم.)*



(الف)

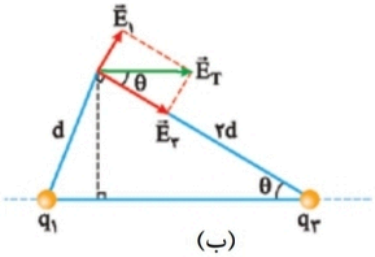
گام دوم: حالا با توجه به شکل (الف) می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases}\tan\alpha=\dfrac{E_1}{E_2}\\ \tan\alpha=\dfrac{2d}{d}=2\end{cases}\Rightarrow\frac{E_1}{E_2}=2$$

از طرفی با استفاده از رابطهٔ $E=k\dfrac{|q|}{r^2}$ داریم:

$$\frac{E_1}{E_2}=\left|\frac{q_1}{q_2}\right|\times\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2\xrightarrow[r_1=d,\,r_2=2d]{\frac{E_1}{E_2}=2}2=\left|\frac{q_1}{q_2}\right|\times\left(\frac{2d}{d}\right)^2\xrightarrow{\text{دو بار }q_1\text{ و }q_2\text{ همنام هستند.}}q_2=2q_1$$

گام سوم: در حالت بعدی، وقتی بار q_3 را جایگزین بار q_2 می‌کنیم، جهت میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M، در جهت محور x می‌شود؛ پس علامت بار q_3 منفی (رد ۱ و ۳) و جهت میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_3 مطابق شکل (ب) است.



(ب)

گام چهارم: بنابراین با توجه به شکل (ب) می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases}\tan\theta=\dfrac{E_1}{E_3}\\ \tan\theta=\dfrac{d}{2d}=\dfrac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow\frac{E_1}{E_3}=\frac{1}{2}$$

از طرفی با استفاده از رابطهٔ $E=k\dfrac{|q|}{r^2}$، داریم:

$$\frac{E_1}{E_3}=\left|\frac{q_1}{q_3}\right|\times\left(\frac{r_3}{r_1}\right)^2\xrightarrow[r_1=d,\,r_3=2d]{\frac{E_1}{E_3}=\frac{1}{2}}\frac{1}{2}=\left|\frac{q_1}{q_3}\right|\times\left(\frac{2d}{d}\right)^2\xrightarrow{\text{دو بار }q_1\text{ و }q_3\text{ ناهمنام هستند.}}q_3=-8q_1$$

گام پنجم: در آخر *(فوشحال شدی آفرشه؟!)* نسبت $\dfrac{q_3}{q_2}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{q_3}{q_2}=\frac{-8q_1}{2q_1}\Rightarrow\frac{q_3}{q_2}=-4$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

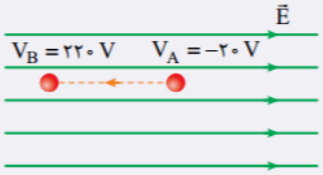
۱۹۵ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** ابتدا تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار را از رابطهٔ $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \xrightarrow[V_B=۲۲۰\,V, V_A=-۲۰\,V]{\Delta V=V_B-V_A, q=-۵\times۱۰^{-۶}\,C} ۲۲۰-(-۲۰)=\frac{\Delta U_E}{-۵\times۱۰^{-۶}} \Rightarrow \Delta U_E = -۱/۲\times۱۰^{-۳}\,J$$

گام دوم: حالا کار انجام‌شده بر روی ذره توسط میدان الکتریکی در این جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:

$$W_E = -\Delta U_E \xrightarrow{\Delta U_E=-۱/۲\times۱۰^{-۳}\,J} W_E = ۱/۲\times۱۰^{-۳}\,J \text{ یا } W_E = ۱/۲\,mJ$$

تکنیک بار الکتریکی ذره منفی است و در جابه‌جایی از نقطهٔ A تا نقطهٔ B، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد؛ بنابراین ذره در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا می‌شود و کار انجام‌شده بر روی ذره در این جابه‌جایی، مثبت است. پس ۲ و ۴ حذف می‌شوند (شکل مقابل را ببینید).



(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۹۶ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** اختلاف پتانسیل صفحهٔ مثبت و نقطهٔ A را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V = Ed \xrightarrow{E \text{ یکنواخت}} \frac{\Delta V_۲}{\Delta V_۱} = \frac{d_۲}{d_۱} \xrightarrow[\Delta V_۲=V_+-V_A, d_۲=۳۰-۱۰=۲۰\,cm]{\Delta V_۱=V_+-V_-=۶۰\,V, d_۱=۳۰\,cm} \frac{\Delta V_۲}{۶۰}=\frac{۲۰}{۳۰} \Rightarrow \Delta V_۲ = ۴۰\,V$$

گام دوم: تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی را از A تا صفحهٔ مثبت به دست می‌آوریم:

$$\Delta U_E = q\Delta V \xrightarrow[\Delta V=+۴۰\,V]{q=۷\mu C=۷\times۱۰^{-۶}\,C} \Delta U_E = ۷\times۱۰^{-۶}\times۴۰ = +۲/۸\times۱۰^{-۴}\,J$$

گام سوم: با توجه به این‌که فقط نیروی الکتریکی به ذره وارد می‌شود، $\Delta K = -\Delta U_E$ است. حال انرژی جنبشی در برخورد به صفحهٔ مثبت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta K = -\Delta U_E \Rightarrow K_۲ - K_۱ = -\Delta U_E \xrightarrow{K_۱=\frac{۱}{۲}mv_A^۲} K_۲ - \frac{۱}{۲}mv_A^۲ = -\Delta U_E$$

$$\xrightarrow[v_A=۱۰\,m/s, \Delta U_E=۲/۸\times۱۰^{-۴}\,J]{m=۴\,mg=۴\times۱۰^{-۶}\,kg} K_۲ - (\frac{۱}{۲}\times۴\times۱۰^{-۶}\times۱۰^۲) = -۲/۸\times۱۰^{-۴} \Rightarrow K_۲ - ۲\times۱۰^{-۴} = -۲/۸\times۱۰^{-۴}$$

$$\Rightarrow K_۲ = -۰/۸\times۱۰^{-۴}\,J$$

می‌دانیم انرژی جنبشی همواره مثبت است؛ بنابراین چون در برخورد به صفحهٔ مثبت انرژی جنبشی ذره منفی به دست آمد، چنین چیزی ممکن نیست. لذا ذره قبل از رسیدن به صفحهٔ مثبت متوقف شده و به صفحهٔ مثبت برخورد نمی‌کند.

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۹۷ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** ابتدا میدان الکتریکی متوسط از A تا B و از B تا C را مقایسه می‌کنیم:

(می‌دانیم میدان الکتریکی در نقاط نزدیک‌تر به کرهٔ باردار قوی‌تر است.)

$$E_A > E_B > E_C \Rightarrow \bar{E}_{AB} > \bar{E}_{BC}$$

گام دوم: با توجه به رابطهٔ $|\Delta U_E| = |Eqd\cos\theta|$ و یکسان‌بودن $d\cos\theta$ در جابه‌جایی دو حالت، درمی‌یابیم که تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی با میدان الکتریکی متوسط متناسب است. از طرفی چون پروتون در حال دورشدن از کرهٔ منفی است (حرکت در خلاف جهت نیروی الکتریکی)، انرژی پتانسیل الکتریکی بار در هر دو حالت افزایش می‌یابد $(\Delta U_۱, \Delta U_۲ > ۰)$؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta U_۲}{\Delta U_۱} = \frac{\bar{E}_{BC}}{\bar{E}_{AB}} \xrightarrow{\bar{E}_{BC}<\bar{E}_{AB}} \frac{\Delta U_۲}{\Delta U_۱} < ۱ \Rightarrow \Delta U_۲ < \Delta U_۱$$

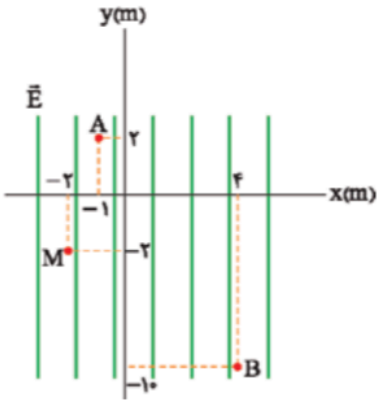
در نهایت می‌توان نوشت:

$$\Delta U_۱ > \Delta U_۲ > ۰$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

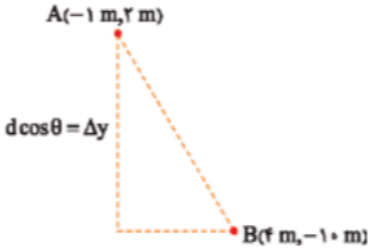
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۱۹۸ **پاسخ تشریحی** روش اول: **گام اول:** مختصات نقاط را روی شکل مشخص کرده و جهت میدان الکتریکی را به دست می‌آوریم:



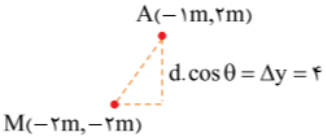
با توجه به این‌که نقطهٔ A از B بالاتر بوده و پتانسیل آن کم‌تر است (در جابه‌جایی از B تا A پتانسیل کاهش یافته است)، درمی‌یابیم وقتی رو به بالا جابه‌جا شویم پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد، بنابراین در جهت میدان الکتریکی حرکت کرده‌ایم، یعنی جهت میدان الکتریکی رو به بالا است.

گام دوم: بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت را به دست می‌آوریم:



$$\Delta V = E d\cos\theta \xrightarrow[d\cos\theta=\Delta y=۱۲\,m]{\Delta V=V_B-V_A=۲۹-(-۱۰)=۳۹\,V} ۳۹ = E\times ۱۲ \Rightarrow E = \frac{۱۳}{۴}\,V/m$$

گام سوم: اختلاف پتانسیل نقاط A و M را به دست می‌آوریم و پس از آن V_M را محاسبه می‌کنیم:



$$|\Delta V_{AM}| = Ed\cos\theta \Rightarrow |\Delta V_{AM}| = \frac{۱۳}{۴}\times ۴ = ۱۳\,V \xrightarrow[V_A=-۱۰V]{V_M>V_A} V_M-(-۱۰)=۱۳ \Rightarrow V_M = ۳\,V$$

روش دوم: میدان الکتریکی یکنواخت در راستای قائم است؛ پس ΔV و Δy متناسب هستند:

$$\frac{V_B-V_A}{V_M-V_A}=\frac{y_B-y_A}{y_M-y_A} \Rightarrow \frac{۲۹-(-۱۰)}{V_M-(-۱۰)}=\frac{-۱۰-۲}{-۲-۲} \Rightarrow \frac{۳۹}{V_M+۱۰}=۳ \Rightarrow V_M = ۳\,V$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۱۹۹ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** ظرفیت خازن را به دست می‌آوریم:

$$C=\frac{Q}{V} \xrightarrow[V=V_A-V_B=۵۰-(-۵۰)=۱۰۰\,V]{Q=|Q_A|=|Q_B|=۰/۶\,nC} C=\frac{۰/۶\times ۱۰^{-۹}}{۱۰۰}=۶\times ۱۰^{-۱۲}\,F$$

گام دوم: به کمک رابطهٔ $C=\frac{\kappa\varepsilon_۰A}{d}$، ثابت دی‌الکتریک خازن را به دست می‌آوریم:

$$C=\frac{\kappa\varepsilon_۰A}{d} \xrightarrow[A=۰/۵\,cm^۲,\,d=۰/۳\,mm]{C=۶\times ۱۰^{-۱۲}\,F} ۶\times ۱۰^{-۱۲}=\kappa\times\frac{۹\times ۱۰^{-۱۲}\times ۰/۵\times ۱۰^{-۴}}{۰/۳\times ۱۰^{-۳}} \Rightarrow \kappa = ۴$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۰۰ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** انرژی ذخیره‌شده در خازن را به دست می‌آوریم:

$$U=\frac{۱}{۲}CV^۲ \xrightarrow[V=۵\,kV=۵\times ۱۰^۳\,V]{C=۱۲\,\mu F=۱۲\times ۱۰^{-۶}\,F} U=\frac{۱}{۲}\times ۱۲\times ۱۰^{-۶}\times(۵\times ۱۰^۳)^۲=۱۵۰\,J$$

گام دوم: توان متوسط تخلیهٔ خازن را به دست می‌آوریم:

$$\bar{P}=\frac{U}{t} \xrightarrow[t=۲\,ms=۲\times ۱۰^{-۳}\,s]{U=۱۵۰\,J} \bar{P}=\frac{۱۵۰}{۲\times ۱۰^{-۳}}=۷۵\times ۱۰^۳\,W=۷۵\,kW$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۰۱ **پاسخ تشریحی** با توجه به این‌که خازن را پس از شارژشدن از مولد جدا کرده‌ایم، بار ذخیره‌شده در خازن ثابت می‌ماند؛ (عبارت «ب» نادرست است.)؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$C=\frac{\kappa\varepsilon_{\circ}A}{d} \xrightarrow{\text{ثابت: A}} \frac{C_{۲}}{C_{۱}}=\frac{\kappa_{۲}}{\kappa_{۱}}\times\frac{d_{۱}}{d_{۲}} \Rightarrow \frac{C_{۲}}{C_{۱}}=\frac{۳}{۱}\times\frac{۱}{\frac{۱}{۲}}=۶$$

بنابراین ظرفیت خازن ۶ برابر می‌شود. (عبارت «ت» درست است.)

$$U=\frac{۱}{۲}\frac{Q^{۲}}{C} \xrightarrow{\text{Q :ثابت}} \frac{U_{۲}}{U_{۱}}=\frac{C_{۱}}{C_{۲}} \xrightarrow{C_{۲}=۶C_{۱}} \frac{U_{۲}}{U_{۱}}=\frac{۱}{۶}$$

بنابراین انرژی ذخیره‌شده در خازن $\frac{۱}{۶}$ برابر می‌شود. (عبارت «پ» درست است.)

$$C=\frac{Q}{V} \Rightarrow V=\frac{Q}{C} \xrightarrow{\text{Q :ثابت}} \frac{V_{۲}}{V_{۱}}=\frac{C_{۱}}{C_{۲}} \xrightarrow{C_{۲}=۶C_{۱}} \frac{V_{۲}}{V_{۱}}=\frac{۱}{۶}$$

$$E=\frac{V}{d} \Rightarrow \frac{E_{۲}}{E_{۱}}=\frac{V_{۲}}{V_{۱}}\times\frac{d_{۱}}{d_{۲}} \Rightarrow \frac{E_{۲}}{E_{۱}}=\frac{۱}{۶}\times\frac{۱}{\frac{۱}{۲}}=\frac{۱}{۳}$$

بنابراین میدان الکتریکی بین دو صفحه $\frac{۱}{۳}$ برابر می‌شود. (عبارت «الف» نادرست است.)

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۰۲ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** ابتدا اندازهٔ هریک از بارهای الکتریکی را با توجه به میدان الکتریکی حاصل از آن به دست می‌آوریم:

$$E_{۱}=k\frac{|q_{۱}|}{r_{۱}^{۲}} \xrightarrow[k=۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^{۲}}{C^{۲}}]{E_{۱}=۹\times۱۰^{۳}N/C, r_{۱}=۴\times۱۰^{-۱}m} ۹\times۱۰^{۳}=۹\times۱۰^{۹}\frac{|q_{۱}|}{۱۶\times۱۰^{-۲}} \Rightarrow |q_{۱}|=۱۶\times۱۰^{-۸}C$$

$$E_{۲}=k\frac{|q_{۲}|}{r_{۲}^{۲}} \xrightarrow[k=۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^{۲}}{C^{۲}}]{E_{۲}=۳\times۱۰^{۴}N/C, r_{۲}=۴\times۱۰^{-۱}m} ۳\times۱۰^{۴}=۹\times۱۰^{۹}\frac{|q_{۲}|}{۱۶\times۱۰^{-۲}} \Rightarrow |q_{۲}|=\frac{۱۶}{۳}\times۱۰^{-۷}C$$

گام دوم: حالا با استفاده از قانون کولن، نیروی الکتریکی‌ای که بار $q_{۱}$ به بار $q_{۲}$ وارد می‌کند را محاسبه می‌کنیم:

$$F=\frac{k|q_{۱}||q_{۲}|}{r^{۲}} \xrightarrow[k=۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^{۲}}{C^{۲}}, r=۴\times۱۰^{-۱}m]{|q_{۱}|=۱۶\times۱۰^{-۸}C, |q_{۲}|=\frac{۱۶}{۳}\times۱۰^{-۷}C} F=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۱۶\times۱۰^{-۸}\times\frac{۱۶}{۳}\times۱۰^{-۷}}{۱۶\times۱۰^{-۲}}=۴/۸\times۱۰^{-۳}N$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۰۳

پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_2 در نقاط A و B را به دست می‌آوریم:

بار q_1: اگر اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 در نقطهٔ B برابر با E_1 باشد، آن‌گاه اندازهٔ میدان آن در نقطهٔ A برابر است با:

$$E=\frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_{1A}}{E_{1B}}=\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \xrightarrow[r_B=d]{r_A=3d,\,E_{1B}=E_1} \frac{E_{1A}}{E_1}=\left(\frac{d}{3d}\right)^2 \Rightarrow E_{1A}=\frac{1}{9}E_1$$

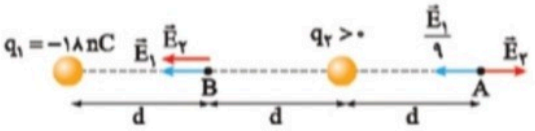
بار q_2: اگر اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 در نقطهٔ B برابر با E_2 باشد، آن‌گاه اندازهٔ میدان آن در نقطهٔ A برابر است با:

$$\frac{E_{2B}}{E_{2A}}=\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 \xrightarrow[E_{2B}=E_2]{r_A=r_B=d} \frac{E_2}{E_{2A}}=\left(\frac{d}{d}\right)^2 \Rightarrow E_2=E_{2A}$$

معلومه دیگه! فاصلهٔ بار q_2 از A و B یکیه؛ پس میدانش هم یکیه!

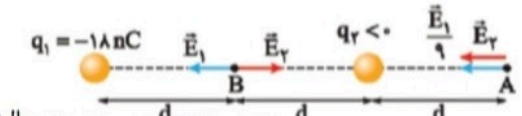
گام دوم: حالا بردارهای میدان الکتریکی را در نقطه‌های A و B رسم می‌کنیم. توجه کنید که علامت بار q_2 (مثبت یا منفی) را در نظر می‌گیریم:

اگر بار q_2 مثبت باشد:



(الف)

اگر بار q_2 منفی باشد:



را نمی‌دانیم؛ پس هر دو حالت

(ب)

گام سوم: باتوجه به این‌که بردار میدان الکتریکی خالص در نقطه‌های A و B یکسان است؛ پس اگر بار q_2 خالص در این نقاط به سمت چپ (*چون توی B به سمت چپه؛ پس توی A هم باید به سمت چپ باشه.*) و اگر **بار q_2 منفی باشد** میدان خالص در این دو نقطه باز هم به سمت چپ است.

بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$q_2>0 \Rightarrow E_1+E_2=\frac{E_1}{9}-E_2 \Rightarrow \frac{8}{9}E_1=-2E_2 \quad \times$$

$$q_2<0 \Rightarrow E_1-E_2=\frac{E_1}{9}+E_2 \Rightarrow \frac{8}{9}E_1=2E_2 \quad \checkmark$$

مثبت باشد (شکل الف) جهت میدان

(شکل ب) جهت

بنابراین بار q_2 منفی است (۲ و ۴ پَرا!) و مقدار آن را با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر به دست می‌آوریم:

$$\frac{8}{9}E_1=2E_2 \xrightarrow[q_1=-18nC,\,r_1=r_2=d]{E=k\frac{|q|}{r^2}} \frac{8}{9}k\frac{18^2}{d^2}=2k\frac{|q_2|}{d^2}$$

$$\Rightarrow |q_2|=8nC \xrightarrow{q_2<0} q_2=-8nC$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۰۴ **پاسخ تشریحی** با استفاده از رابطهٔ $\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q}$ و با توجه به این‌که ذره فقط تحت تأثیر میدان الکتریکی است، می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q}\xrightarrow{\Delta U_E=-\Delta K}\Delta V=-\frac{\Delta K}{q}\xrightarrow{\substack{\Delta V=V_B-V_A\\ \Delta K=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)}}$$

$$V_B-V_A=-\frac{\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)}{q}\xrightarrow[m=8\times10^{-4}kg,\,v_1=10m/s,\,v_2=5m/s]{V_A=30\times10^3V,\,V_B=20\times10^3V}$$

$$-10\times10^3=-\frac{\frac{1}{2}\times8\times10^{-4}(25-100)}{q}\Rightarrow q=-3\times10^{-6}C\ \text{یا}\ q=-3\mu C$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۰۵ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** ابتدا ظرفیت خازن را با استفاده از رابطهٔ $\Delta Q=C\Delta V$ به دست می‌آوریم:

$$\Delta Q=C\Delta V\xrightarrow[\Delta V=20V]{\Delta Q=360\times10^{-6}C}360\times10^{-6}=20C\Rightarrow C=18\times10^{-6}F$$

گام دوم: حالا می‌توانیم با استفاده از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$ بنویسیم:

$$U_2-U_1=\frac{1}{2}C(V_2^2-V_1^2)\xrightarrow[C=18\times10^{-6}F,\,V_2=V_1+20V]{U_2-U_1=5/4\times10^{-3}J}5/4\times10^{-3}=\frac{1}{2}\times18\times10^{-6}\left[(V_1+20)^2-V_1^2\right]$$

$$\Rightarrow 6=10^{-2}\left[V_1^2+40V_1+400-V_1^2\right]\Rightarrow 40V_1=600-400\Rightarrow V_1=\frac{200}{40}=5V$$

گام سوم: در آخر انرژی ذخیره‌شدهٔ اولیه در خازن را محاسبه می‌کنیم.

$$U_1=\frac{1}{2}CV_1^2\xrightarrow[V_1=5V]{C=18\times10^{-6}F}U_1=\frac{1}{2}\times18\times10^{-6}\times25=225\times10^{-6}J\ \text{یا}\ U_1=225\mu J$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

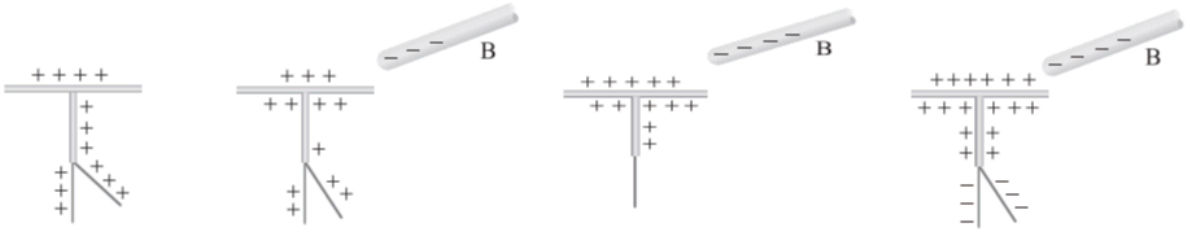
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۰۶ **گام اول:** با توجه به جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی، در اثر مالش دو جسم نارسانای A و B، جسم B دارای بار الکتریکی منفی و جسم A دارای بار الکتریکی مثبت می‌شود.

گام دوم: در آزمایش اول، با نزدیک‌کردن جسم دارای بار مثبت A به الکتروسکوپ دارای بار مثبت، الکترون‌ها به سمت کلاهک الکتروسکوپ حرکت کرده و تجمع بارهای مثبت در ورقه‌ها بیشتر شده و در نتیجه ورقه‌ها از هم دور می‌شوند. (نادرستی «الف» و درستی «ب»)



گام سوم: در آزمایش دوم، با نزدیک‌کردن جسم دارای بار منفی B به الکتروسکوپ دارای بار مثبت، الکترون‌ها به سمت ورقه‌ها حرکت می‌کنند و تجمع بارهای مثبت در ورقه‌ها کم شده و ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند. حتی ممکن است این روند تا جایی ادامه پیدا کند که ورقه‌ها خنثی شوند و به هم چسبیده و سپس پس از منفی‌شدن از هم دور شوند.



(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۰۷ **گام اول:** اندازهٔ نیرویی که دو گوی در حالت اول در فاصلهٔ r به یکدیگر وارد می‌کنند را به دست می‌آوریم:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{k|4q||-2q|}{r^2} = \frac{8kq^2}{r^2}$$

گام دوم: پس از تماس دو گوی فلزی مشابه، بار هر کدام، یکسان و برابر میانگین بارها خواهد بود.

$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{4q - 2q}{2} = \frac{2q}{2} = q$$

گام سوم: اندازهٔ نیرویی که دو گوی در حالت دوم در فاصلهٔ r' به هم وارد می‌کنند را به دست می‌آوریم:

$$F' = k\frac{|q_1'||q_2'|}{r'^2} = \frac{kq\times q}{r'^2} = \frac{kq^2}{r'^2}$$

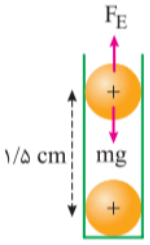
گام چهارم: اندازهٔ نیرویی که دو گوی به هم وارد می‌کنند، برابر است؛ بنابراین داریم:

$$F = F' \Rightarrow \frac{8kq^2}{r^2} = \frac{kq^2}{r'^2} \Rightarrow r'^2 = \frac{r^2}{8}$$

$$\Rightarrow r' = \frac{r}{\sqrt{8}} \Rightarrow r' = \frac{r}{2\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{r\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۰۸ **گام اول:** با توجه به این‌که گوی‌ها در حال تعادل هستند، تعادل گوی بالایی را بررسی می‌کنیم و اندازهٔ نیروی الکتریکی واردشده بر آن را به دست می‌آوریم. با توجه به شکل مقابل داریم:



$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_E = mg \xrightarrow{m=0/4g=4\times10^{-4}kg} F_E = 4\times10^{-4}\times10 = 4\times10^{-3}\,N$$

گام دوم: با استفاده از قانون کولن، مقدار بار الکتریکی هر یک از گوی‌ها را به دست می‌آوریم:

$$F_E = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow[r=1/5cm=1/5\times10^{-2}m]{F_E=4\times10^{-3}N,\,q_1=q_2=q} 4\times10^{-3} = \frac{9\times10^9\times q^2}{(1/5\times10^{-2})^2} \Rightarrow q^2 = \frac{4\times10^{-3}}{9\times10^9}\times(1/5\times10^{-2})^2$$

$$\Rightarrow q = \frac{2}{3}\times10^{-6}\times(1/5\times10^{-2}) = 10^{-8}\,C$$

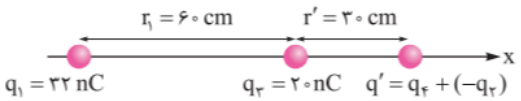
گام سوم: با استفاده از رابطهٔ زیر، تعداد الکترون‌های از دست دادهٔ هر گوی را حساب می‌کنیم:

$$q = ne \xrightarrow{q=10^{-8}C} 10^{-8} = n\times1/6\times10^{-19} \Rightarrow n = \frac{10^{-8}}{1/6\times10^{-19}} = 6/25\times10^{10}\ \text{الکترون}$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۰۹ **گام اول:** با استفاده از تکنیک تقارن که در درس‌نامه گفته شده، بار q_2 را به محل بار q_4 منتقل می‌کنیم. مطابق شکل مقابل داریم:

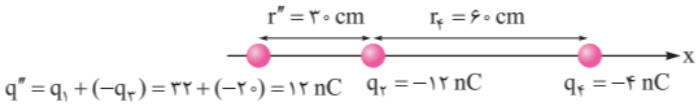


گام دوم: طبق درس‌نامهٔ گفته‌شده، با توجه به این‌که نیروی خالص وارد بر بار q_2 که بر روی خط واصل دو بار q_1 و q' و بین دو بار قرار دارد و از طرف بارهای q_1 و q' صفر شده است، درمی‌یابیم بار q' با q همنام (مثبت) است. از طرفی داریم:

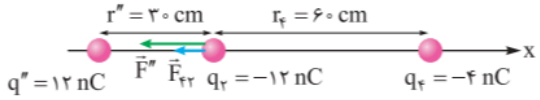
$$\frac{q'}{q_1} = \left(\frac{r'}{r_1}\right)^2 \xrightarrow[r_1 = 60\,cm]{r' = 30\,cm} \frac{q'}{32} = \left(\frac{30}{60}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow q' = 8\,nC$$

$$q' = q_4 + (-q_2) \xrightarrow[q' = 8\,nC]{q_4 = -4\,nC} 8 = -4 + (-q_2) \Rightarrow -q_2 = 12 \Rightarrow q_2 = -12\,nC$$

گام سوم: با استفاده از تکنیک تقارن برای بار q_2، بار q_3 را به محل بار q_1 منتقل می‌کنیم. مطابق شکل زیر داریم:



گام چهارم: نیروی خالص وارد بر q_3 را حساب می‌کنیم. مطابق شکل زیر داریم:



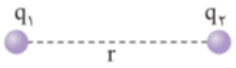
$$F_{42} = k\frac{|q_4||q_2|}{r_4^2} \Rightarrow F_{42} = \frac{9\times10^9 \times 4\times10^{-9} \times 12\times10^{-9}}{(0/6)^2} = 1/2\times10^{-6}\,N = 1/2\,\mu N$$

$$F'' = k\frac{|q''||q_2|}{r''^2} \Rightarrow F'' = \frac{9\times10^9 \times 12\times10^{-9} \times 12\times10^{-9}}{(0/3)^2} = 14/4\times10^{-6}\,N = 14/4\,\mu N$$

$$\vec{F}_{t_2} = \vec{F}_{42} + \vec{F}'' \Rightarrow \vec{F}_{t_2} = -1/2\vec{i} + (-14/4\vec{i}) = -15/6(\mu N)\vec{i}$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۱۰ با توجه به رابطهٔ $E = \frac{kq}{r^2}$ درمی‌یابیم که میدان الکتریکی با بزرگی بار رابطهٔ مستقیم و با مجذور فاصله از بار رابطهٔ عکس دارد؛ بنابراین برای مقایسهٔ میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_2 در محل بار دیگر، چون فاصله‌ها یکسان است، مطابق شکل داریم:



$$\begin{cases} q_2 \text{ اندازهٔ میدان حاصل از بار } q_1 \text{ در محل بار}: E_1 = \frac{kq_1}{r^2} \\ q_1 \text{ اندازهٔ میدان حاصل از بار } q_2 \text{ در محل بار}: E_2 = \frac{kq_2}{r^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{q_2}{q_1} \xrightarrow[E_1 = 8\times10^6\,N/C]{q_2 = 2q_1} \frac{E_2}{8\times10^6} = \frac{2q_1}{q_1} = 2$$

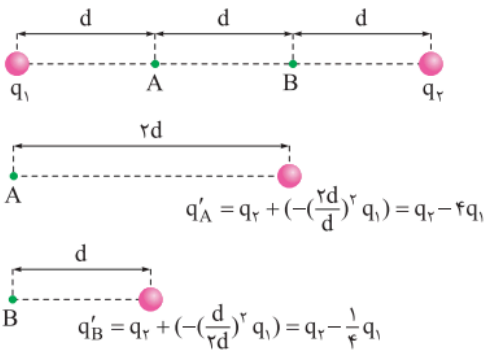
$$\Rightarrow E_2 = 1/6\times10^7\,N/C$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۱۱

گام اول: با توجه به تکنیک انتقال بار که در درس‌نامه گفته شده، برای محاسبهٔ میدان الکتریکی در دونقطهٔ A و B، بار q_1 را به محل بار q_2 منتقل می‌کنیم. با توجه به شکل داریم:



گام دوم: طبق رابطهٔ $E = k\frac{|q|}{r^2}$، بزرگی میدان در نقاط A و B را برحسب q_A و q_B به دست می‌آوریم:

$$E = k\frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_A = \dfrac{k|q_2 - 4q_1|}{4d^2} \\ E_B = \dfrac{k|q_2 - \frac{1}{4}q_1|}{d^2} \end{cases}$$

گام سوم: نسبت $\frac{q_2}{q_1}$ را به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow \frac{E_B}{E_A} = 4\frac{|q_2 - \frac{1}{4}q_1|}{|q_2 - 4q_1|} = \frac{3}{2} \Rightarrow |8q_2 - 2q_1| = |3q_2 - 12q_1|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8q_2 - 2q_1 = 3q_2 - 12q_1 \Rightarrow 5q_2 = -10q_1 \Rightarrow q_2 = -2q_1 \Rightarrow \dfrac{q_2}{q_1} = -2 \\ 8q_2 - 2q_1 = -3q_2 + 12q_1 \Rightarrow 11q_2 = 14q_1 \Rightarrow \dfrac{q_2}{q_1} = \dfrac{14}{11} \end{cases}$$

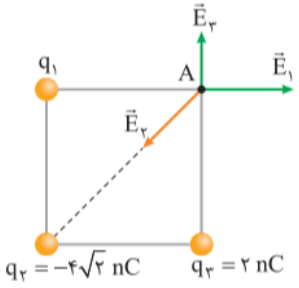
اگر $\frac{q_2}{q_1} = \frac{14}{11}$ باشد، $\vec{E}_B = -\frac{3}{2}\vec{E}_A$؛ بنابراین زمانی $\vec{E}_B = \frac{3}{2}\vec{E}_A$ می‌شود که $\frac{q_2}{q_1} = -2$ باشد.

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

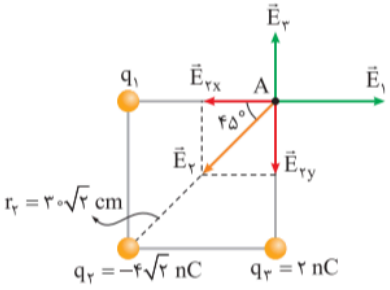
۲۱۲

گام اول: بردار میدان الکتریکی ناشی از هر یک از بارها را در نقطهٔ A طوری قرار می‌دهیم که میدان الکتریکی خالص در این نقطه برابر با $\vec{E}=۱۰۰(N/C)\vec{i}$ شود. مطابق شکل مقابل داریم:



(برای این‌که میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A به سمت راست باشد، باید جهت میدان ناشی از بار $q_۱$ به سمت راست باشد.)

گام دوم: با توجه به این‌که میدان خالص در راستای افقی است، باید مؤلفهٔ افقی میدان ناشی از بار $q_۲$ را به دست آوریم و با میدان ناشی از بار $q_۱$ به صورت برداری جمع کنیم و با میدان خالص برابر قرار دهیم. در این صورت می‌توانیم میدان ناشی از بار $q_۱$ را حساب کنیم:



$$E_۲=\frac{kq_۲}{r^۲}\Rightarrow E_۲=\frac{۹\times۱۰^۹\times۴\sqrt{۲}\times۱۰^{-۹}}{(۰/۳\sqrt{۲})^۲}=۲۰۰\sqrt{۲}\,N/C\Rightarrow E_{۲x}=E_۲\cos۴۵^\circ\Rightarrow E_{۲x}=۲۰۰\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=۲۰۰\,N/C$$

$$\vec{E}_T=\vec{E}_۱+\vec{E}_{۲x}\xrightarrow[\vec{E}_{۲x}=-۲۰۰(N/C)\vec{i}]{\vec{E}_T=۱۰۰(N/C)\vec{i}}۱۰۰\vec{i}=\vec{E}_۱+(-۲۰۰\vec{i})$$

$$\Rightarrow\vec{E}_۱=۳۰۰(N/C)\vec{i}$$

گام سوم: مقدار بار $q_۱$ را حساب می‌کنیم:

$$E_۱=\frac{k|q_۱|}{r_۱^۲}\Rightarrow ۳۰۰=\frac{۹\times۱۰^۹\times|q_۱|}{(۰/۳)^۲}\Rightarrow|q_۱|=۳\times۱۰^{-۹}\,C=۳\,nC$$

از طرفی چون جهت میدان ناشی از $q_۱$ به طرف خارج بار است؛ بنابراین $q_۱>۰$ است و داریم:

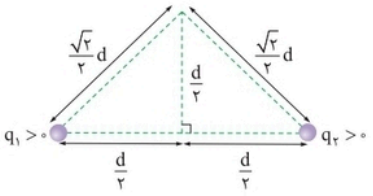
$$q_۱=۳\,nC$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

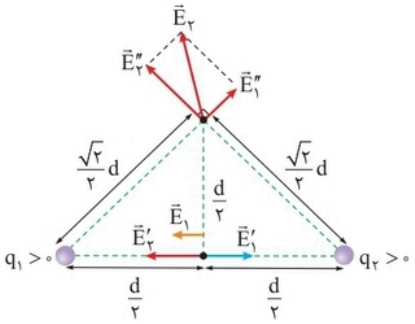
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گام اول: شکل هندسی مسئله را رسم می‌کنیم:



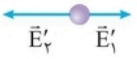
توجه کنید اگر بارهای $q_۱$ و $q_۲$ ناهمنام باشند، بزرگی میدان خالص در وسط خط واصل دو بار برابر با مجموع میدان ناشی از دو بار می‌شود و باید از میدان خالص ناشی از دو بار بر روی عمودمنصف خط واصل دو بار بیشتر باشد؛ بنابراین چون طبق اطلاعات سؤال بزرگی میدان خالص بر روی عمودمنصف خط واصل بیشتر از میدان خالص در وسط پاره‌خط است، نتیجه می‌گیریم که بارهای $q_۱$ و $q_۲$ همنام هستند. (رد ۳ و ۴)

در این‌جا ما $q_۱$ و $q_۲$ را با علامت مثبت در نظر می‌گیریم و براساس آن مسئله را حل می‌کنیم.

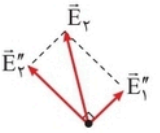


گام دوم: اگر میدان الکتریکی ناشی از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ در وسط خط واصل به ترتیب $E'_۱$ و $E'_۲$ و بر روی عمودمنصف به ترتیب $E''_۱$ و $E''_۲$ باشند، با توجه به شکل مقابل هر کدام از آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$E=\frac{k|q|}{r^۲}\Rightarrow\begin{cases}E'_۱=\dfrac{k|q_۱|}{(\frac{d}{۲})^۲}=\dfrac{۴k|q_۱|}{d^۲}\\ E'_۲=\dfrac{k|q_۲|}{(\frac{d}{۲})^۲}=\dfrac{۴k|q_۲|}{d^۲}\end{cases}\Rightarrow\vec{E}_۱=\vec{E}'_۱+\vec{E}'_۲\Rightarrow E_۱=E'_۲-E'_۱=\frac{۴k}{d^۲}(|q_۲|-|q_۱|)$$



$$\begin{cases}E''_۱=\dfrac{k|q_۱|}{(\frac{\sqrt{۲}}{۲}d)^۲}=\dfrac{۲k|q_۱|}{d^۲}\\ E''_۲=\dfrac{k|q_۲|}{(\frac{\sqrt{۲}}{۲}d)^۲}=\dfrac{۲k|q_۲|}{d^۲}\end{cases}\Rightarrow\vec{E}_۲=\vec{E}''_۱+\vec{E}''_۲\Rightarrow E_۲=\sqrt{E''^۲_۱+E''^۲_۲}=\frac{۲k}{d^۲}\sqrt{q_۱^۲+q_۲^۲}$$



گام سوم: با توجه به این‌که اندازهٔ $E_۱$ از اندازهٔ $E_۲$، ۶۰ درصد کم‌تر است، نسبت $\frac{q_۲}{q_۱}$ را به دست می‌آوریم:

$$E_۱=E_۲-\frac{۶۰}{۱۰۰}E_۲=۰/۴E_۲\Rightarrow\frac{E_۱}{E_۲}=۰/۴\Rightarrow\frac{\frac{۴k}{d^۲}(|q_۲|-|q_۱|)}{\frac{۲k}{d^۲}(\sqrt{q_۱^۲+q_۲^۲})}=۰/۴$$

$$\Rightarrow\frac{|q_۲|-|q_۱|}{\sqrt{q_۱^۲+q_۲^۲}}=۰/۲\xrightarrow[\text{طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم.}]{q_۱,q_۲>۰\text{ فرض:}}\frac{q_۱^۲+q_۲^۲-۲q_۱q_۲}{q_۱^۲+q_۲^۲}=۰/۰۴$$

$$\Rightarrow ۰/۹۶q_۱^۲-۲q_۲q_۱+۰/۹۶q_۲^۲=۰\Rightarrow\begin{cases}q_۱=\dfrac{q_۲+\sqrt{q_۲^۲-(۰/۹۶)^۲q_۲^۲}}{۰/۹۶}=\dfrac{۱/۲۸}{۰/۹۶}q_۲=\dfrac{۴}{۳}q_۲ & \times\\ q_۱=\dfrac{q_۲-\sqrt{q_۲^۲-(۰/۹۶)^۲q^۲}}{۰/۹۶}=\dfrac{۰/۷۲}{۰/۹۶}q_۲=\dfrac{۳}{۴}q_۲ & \checkmark\end{cases}$$

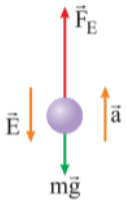
بنابراین چون $q_۲$ از $q_۱$ بزرگ‌تر است، نسبت $\frac{q_۲}{q_۱}$ برابر $\frac{۴}{۳}$ است.

وقتی به این مرحله می‌رسیم، راحت‌ترین کار به جای حل کامل معادله، عددگذاری است. می‌دانیم $q_۱$ و $q_۲$ طبق توضیحاتی که در گام اول گفته شد، همنام هستند (رد ۳ و ۴)، بنابراین اگر در معادلهٔ بالایی به جای $q_۲$ عدد ۴ و به جای $q_۱$ عدد ۳ قرار دهیم، معادله برقرار می‌شود؛ در نتیجه نسبت $\frac{q_۲}{q_۱}$ برابر با $\frac{۴}{۳}$ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

www.MrKonkor.com
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۱۴ **گام اول:** با توجه به جهت شتاب ذره، نیروهای وارد بر ذره را رسم می‌کنیم و بزرگی نیروی الکتریکی را به دست می‌آوریم:



$$F_{net} = ma \xrightarrow{F_{net}=F_E-mg} F_E - mg = ma$$

$$\xrightarrow[a=۲\,m/s^۲]{m=۲g=۲\times۱۰^{-۳}\,kg} F_E - (۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰) = ۲\times۱۰^{-۳}\times۲$$

$$\Rightarrow F_E = ۲۴\times۱۰^{-۳}\,N$$

گام دوم: با توجه به این‌که جهت میدان الکتریکی رو به پایین و جهت نیروی الکتریکی به سمت بالا است، معلوم می‌شود که بار ذره منفی است (رد ۱ و ۳). حالا مقدار بار ذره را حساب می‌کنیم:

$$F_E = E|q| \Rightarrow ۲۴\times۱۰^{-۳} = ۵\times۱۰^{۵}\times|q| \Rightarrow |q| = ۴/۸\times۱۰^{-۸}\,C = ۴۸\,nC$$

$$\xrightarrow{q<۰} q = -۴۸\,nC$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۱۵ **گام اول:** تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی را به دست می‌آوریم:

$$\Delta U_E = -W_E \xrightarrow{W_E=-۱mJ} \Delta U = (-)(-۱) = ۱mJ = ۱۰^{-۳}\,J$$

گام دوم: پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A را طبق رابطهٔ مقابل حساب می‌کنیم: $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$

$$\xrightarrow[q=۴\times۱۰^{-۶}\,C]{\Delta U=۱۰^{-۳}\,J} \Delta V = \frac{۱۰^{-۳}}{۴\times۱۰^{-۶}} = ۲۵۰\,V$$

$$\xrightarrow[V_B=-۱۰۰\,V]{\Delta V=V_B-V_A} -۱۰۰ - V_A = ۲۵۰ \Rightarrow V_A = -۳۵۰\,V$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۱۶ **گام اول:** می‌دانیم بزرگی اختلاف پتانسیل دو نقطه در داخل میدان الکتریکی یکنواخت، با فاصلهٔ دو نقطه در راستای خطوط میدان $(d\cos\theta)$ رابطهٔ مستقیم دارد؛ بنابراین برای به دست آوردن مقدار اختلاف پتانسیل نقطهٔ M با صفحهٔ مثبت داریم:

$$|\Delta V| = Ed\cos\theta \xrightarrow{\text{یکسان } E} \frac{V_+ - V_-}{V_+ - V_M} = \frac{۳۰}{۳۰-۱۰} = \frac{۳}{۲}$$

$$\xrightarrow{V_+ - V_- = ۳۰\,V} \frac{۳۰}{V_+ - V_M} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow V_+ - V_M = ۲۰\,V$$

گام دوم: طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، تندی ذره در لحظهٔ رسیدن به صفحهٔ مثبت را حساب می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow[\Delta K=\frac{۱}{۲}m(v^۲-v_۰^۲)]{W_t=W_{mg}+W_E} W_{mg} + W_E = \frac{۱}{۲}m(v^۲ - v_۰^۲)$$

$$\xrightarrow[W_E=-\Delta U_E=-q\Delta V]{W_{mg}=(-)mgd} -mgd - q\Delta V = \frac{۱}{۲}m(v^۲ - v_۰^۲)$$

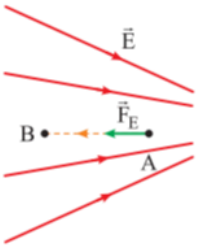
$$\xrightarrow[\Delta V=۲۰\,V, q=-۴۰\mu C=-۴۰\times۱۰^{-۶}\,C]{m=۰/۲g=۲\times۱۰^{-۴}\,kg, v_۰=۰, d=۲۰cm=۰/۲m} (-)۲\times۱۰^{-۴}\times۱۰\times۰/۲ - (-۴۰\times۱۰^{-۶}\times۲۰) = \frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰^{-۴}(v^۲ - ۰)$$

$$\Rightarrow -۴\times۱۰^{-۴} + ۸\times۱۰^{-۴} = ۱۰^{-۴}v^۲ \Rightarrow v^۲ = ۴ \Rightarrow v = ۲\,m/s$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۱۷ به شکل زیر توجه کنید:



می‌دانیم نیروی الکتریکی‌ای که به بار منفی وارد می‌شود، در خلاف جهت میدان الکتریکی است؛ بنابراین در حرکت از نقطهٔ A به سمت نقطهٔ B، الکترون در جهت نیروی الکتریکی جابه‌جا شده است؛ در نتیجه کار میدان الکتریکی در این جابه‌جایی مثبت است. از طرفی چون کار کل انجام‌شده بر روی الکترون همان کار میدان الکتریکی است، کار کل نیز مثبت است. (مورد «الف» درست)

با توجه به این‌که تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر با منفی کار میدان الکتریکی است، درمی‌یابیم انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد (مورد «پ» نادرست). از طرفی برای بار منفی، علامت ΔU_E و ΔV مخالف هم هستند؛ بنابراین پتانسیل الکتریکی در این جابه‌جایی افزایش می‌یابد. (مورد «ت» نادرست)

با توجه به این‌که از نقطهٔ A تا B تراکم خطوط میدان الکتریکی کم می‌شود، بنابراین بزرگی میدان الکتریکی و در نتیجه نیروی الکتریکی کاهش می‌یابد، بنابراین انتظار داریم با کم‌شدن نیروی خالص وارد بر الکترون، شتاب آن نیز کاهش یابد. (مورد «ب» درست)

به صورت دیگری هم می‌توان بررسی کرد:

حرکت در خلاف جهت میدان ← افزایش V $\xleftarrow{q<0}$ کاهش U ← $W_E > 0$ (مورد «پ» و «ت» نادرست و مورد «الف» درست)

کاهش تراکم خطوط میدان ← کاهش E ← کاهش F_E ← کاهش a (مورد «ب» درست)

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۱۸ **گام اول:** ظرفیت خازن غشا را به دست می‌آوریم:

$$C = \kappa \frac{\varepsilon_0 A}{d} \xrightarrow[d=10nm=10^{-8}m]{\kappa=4, A=10^{-10}m^2} C = \frac{4 \times 9 \times 10^{-12} \times 10^{-10}}{10^{-8}} = 3/6 \times 10^{-13} F$$

گام دوم: بار ذخیره‌شده در خازن غشا را به دست می‌آوریم:

$$Q = CV \xrightarrow[V=160mV=0/16V]{C=3/6\times10^{-13}F} Q = (3/6 \times 10^{-13} \times 0/16)C$$

گام سوم: با توجه به این‌که مقدار بار ذخیره‌شده در صفحهٔ مثبت که همان بار ذخیره‌شده در خازن است، تعداد یون‌های یک بار یونیده که معادل همان بار پایه (e) است را به دست می‌آوریم:

$$q = ne \xrightarrow{q=Q=(3/6\times0/16\times10^{-13})C} 3/6 \times 0/16 \times 10^{-13} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 3/6 \times 10^{5}$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۱۹ **گام اول:** با استفاده از رابطهٔ $U = \frac{1}{2}CV^2$، ولتاژ خازن را به دست می‌آوریم:

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \xrightarrow[C=20nF=20\times10^{-9}F]{U=4\mu J=4\times10^{-6}J} 4 \times 10^{-6} = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-9} \times V^2$$

$$\Rightarrow V^2 = 400 \Rightarrow V = 20V$$

گام دوم: اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحه‌های خازن را حساب می‌کنیم:

$$E = \frac{V}{d} \xrightarrow[d=2mm=2\times10^{-3}m]{V=20V} E = \frac{20}{2 \times 10^{-3}} = 10^4 V/m = 10^4 N/C$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۲۰ **گام اول:** ظرفیت خازن را در حالت اول به دست می‌آوریم:

$$C=\kappa\frac{\varepsilon_0 A}{d}\xrightarrow[d=0/1mm=10^{-4}m]{\kappa=5,A=2cm^2=2\times10^{-4}m^2}C_1=\frac{5\times9\times10^{-12}\times2\times10^{-4}}{10^{-4}}=9\times10^{-11}F$$

گام دوم: انرژی ذخیره‌شده در خازن را در حالت اول حساب می‌کنیم:

$$U=\frac{1}{2}CV^2\xrightarrow[V=160V]{C=9\times10^{-11}F}U_1=\frac{1}{2}\times9\times10^{-11}\times(160^2)=1152\times10^{-9}J=1152nJ$$

گام سوم: می‌دانیم وقتی خازن شارژشده را از باتری جدا کنیم، بار الکتریکی ذخیره‌شده در آن ثابت می‌ماند و طبق رابطهٔ $U=\frac{Q^2}{2C}$ انرژی خازن با ظرفیت خازن رابطهٔ عکس دارد؛ بنابراین با خارج‌کردن دی‌الکتریک $(\kappa=5)$ از بین صفحات خازن، ظرفیت آن $\frac{1}{5}$ برابر می‌شود و انرژی ذخیره‌شده در آن ۵ برابر می‌شود؛ بنابراین برای محاسبهٔ تغییر انرژی ذخیره‌شده در خازن داریم:

$$U=\frac{Q^2}{2C}\xrightarrow{\text{ثابت }Q}\frac{U_2}{U_1}=\frac{C_1}{C_2}\xrightarrow[U_1=1152nJ]{\frac{C_1}{C_2}=\frac{\kappa_1}{\kappa_2}=5}\frac{U_2}{1152}=5\Rightarrow U_2=5760nJ$$

$$\Rightarrow U_2-U_1=5760-1152=4608nJ$$

بنابراین انرژی ذخیره‌شده در خازن به اندازهٔ $4608nJ$ افزایش می‌یابد.

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۲۱ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** علامت و اندازه‌های q_1 و q_3 را تعیین می‌کنیم:

با توجه به درس‌نامه باید q_1 و q_3 همنام باشند و علامت آن‌ها مخالف با علامت بار q_2 باشد؛ بنابراین $q_1 < 0$ و $q_3 < 0$.

از طرفی اگر بار q_3 را مبنا قرار داده و نیروی خالص وارد بر آن را صفر در نظر بگیریم، داریم:

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow |\frac{q_2}{q_1}| = (\frac{r_2}{r_1})^2 \xrightarrow[r_1=4/5m]{r_2=3m\ ,\ q_2=8nC} |\frac{8}{q_1}| = (\frac{3}{4/5})^2 \Rightarrow \frac{8}{|q_1|} = (\frac{2}{3})^2$$

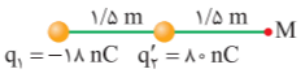
$$\Rightarrow \frac{8}{|q_1|} = \frac{4}{9} \Rightarrow |q_1| = 18nC \xrightarrow{q_1<0} q_1 = -18nC$$

اکنون بار q_2 را مبنا قرار داده و نیروی خالص وارد بر آن را صفر در نظر می‌گیریم:

$$F_{12} = F_{32} \Rightarrow |\frac{q_3}{q_1}| = (\frac{r_3}{r_1})^2 \xrightarrow[r_1=1/5m]{r_3=3m\ ,\ q_1=-18nC} \frac{|q_3|}{18} = (\frac{3}{1/5})^2$$

$$\Rightarrow |q_3| = 18 \times 4 = 72nC \xrightarrow{q_3<0} q_3 = -72nC$$

گام دوم: بار q_3 را به محل بار q_2 منتقل می‌کنیم تا شکل ساده‌تر شود:



$$q_2' = q_2 - q_3 = 8 - (-72) = 80\ nC$$

گام سوم: میدان الکتریکی حاصل از هر کدام از بارهای q_1 و q_2' را در نقطهٔ M به دست می‌آوریم:

$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^2} \xrightarrow[r_1=1/5m+1/5m=3\ m]{k=9\times10^9 N.m^2/C^2\ ,\ |q_1|=18nC=18\times10^{-9}C} E_1 = 9\times10^9 \times \frac{18\times10^{-9}}{3^2}$$

$$\Rightarrow E_1 = 18\ N/C \xrightarrow{q_1<0} \vec{E}_1 = (-18\ N/C)\vec{i}$$

$$E_2' = k\frac{|q_2'|}{r_2^2} \xrightarrow[r_2=1/5m]{k=9\times10^9 N.m^2/C^2\ ,\ |q_2'|=80nC=80\times10^{-9}C} E_2' = 9\times10^9 \times \frac{80\times10^{-9}}{(1/5)^2}$$

$$\Rightarrow E_2' = \frac{9\times80}{2/25} = 320\ N/C \xrightarrow{q_2'>0} \vec{E}_2' = (320\ N/C)\vec{i}$$

گام چهارم: میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M را پیدا می‌کنیم:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2' = (-18\ N/C)\vec{i} + (320\ N/C)\vec{i} = (302\ N/C)\vec{i}$$

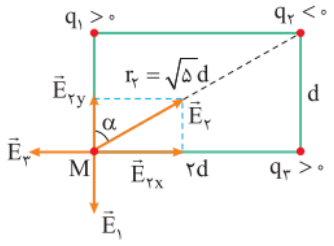
(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۲۲ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** برای آن‌که میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M صفر باشد، باید میدان الکتریکی برایند حاصل از بارهای الکتریکی q_1 و q_3 در نقطهٔ M با میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 در این نقطه، خنثی شود.

$$\vec{E}_{1,3} + \vec{E}_2 = 0$$

بنابراین باید q_1 و q_3 همنام باشند، اما q_2 با آن‌ها ناهمنام باشد؛ بنابراین $\frac{q_2}{q_1} < 0$ بوده و ۱ و ۳ رد می‌شوند.

گام دوم: فرض می‌کنیم $q_1 > 0$، $q_3 > 0$ و $q_2 < 0$ باشند:



$$r_2 = \sqrt{d^2 + (2d)^2} = \sqrt{5d^2} = \sqrt{5}d$$

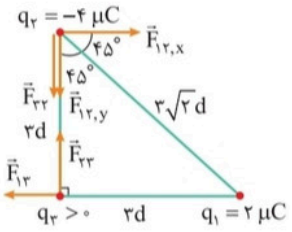
$$E_1 = E_{2y} \Rightarrow k\frac{|q_1|}{r_1^2} = k\frac{|q_2|}{r_2^2} \times \cos\alpha \xrightarrow[r_2=\sqrt{5}d]{r_1=d} \frac{|q_1|}{d^2} = \frac{|q_2|}{5d^2} \times \frac{d}{\sqrt{5}d}$$

$$\Rightarrow |q_1| = \frac{|q_2|}{5\sqrt{5}} \xrightarrow{\frac{q_2}{q_1}<0} \frac{q_2}{q_1} = -5\sqrt{5}$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۲۳ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** هر یک از مربع‌های موجود در زمینهٔ شکل را به ضلع d (برحسب cm) فرض می‌کنیم.



با استفاده از قانون کولن، اندازهٔ نیروی الکتریکی $\vec{F}_{12}$ را به دست می‌آوریم:

$$F_{12}=k\frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}$$

$$\xrightarrow[r_{12}=3\sqrt{2}d]{k=9\times10^9\frac{N.cm^2}{(\mu C)^2},\ |q_1|=2\mu C,\ |q_2|=4\mu C} F_{12}=900\times\frac{2\times4}{18d^2}=\frac{40}{d^2}$$

گام دوم: اندازهٔ مؤلفهٔ افقی نیروی $\vec{F}_{12}$ را برابر با ۱۲N قرار می‌دهیم و d^2 را به دست می‌آوریم:

$$F_{12,x}=12N\Rightarrow 12=\frac{40}{d^2}\Rightarrow d^2=\frac{40}{12}=\frac{10}{3}\,cm^2$$

گام سوم: F_{32} را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{12,y}+F_{32}=18N\xrightarrow{F_{12,y}=F_{12,x}=12N}12+F_{32}=18\Rightarrow F_{32}=6\,N$$

با توجه به قانون سوم نیوتون، $F_{23}=6N$ خواهد بود.

گام چهارم: بار q_3 را به دست می‌آوریم:

$$F_{23}=k\frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2}\xrightarrow[r_{23}=3d,\ F_{23}=6N]{k=9\times10^9\,N.cm^2/(\mu C)^2,\ |q_2|=4\mu C}6=900\times\frac{4\times q_3}{9d^2}$$

$$\xrightarrow{d^2=\frac{10}{3}\,cm^2}6=\frac{900\times4q_3}{9\times\frac{10}{3}}\Rightarrow q_3=0/5\,\mu C$$

گام پنجم: نیروی F_{13} را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{13}=k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2}\xrightarrow[r_{13}=3d\Rightarrow r_{13}^2=9d^2]{k=9\times10^9\frac{N.cm^2}{(\mu C)^2},\ |q_1|=2\mu C,\ |q_3|=0/5\mu C}$$

$$F_{13}=\frac{900\times2\times0/5}{9d^2}=\frac{100}{d^2}\xrightarrow{d^2=\frac{10}{3}\,cm^2}F_{13}=3\,N$$

گام ششم: اندازهٔ نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 را به دست می‌آوریم:

$$F_{T3}=\sqrt{F_{13}^2+F_{23}^2}\xrightarrow[F_{23}=6N]{F_{13}=3N}F_{T3}=\sqrt{3^2+6^2}=\sqrt{3^2+4\times3^2}$$

$$\Rightarrow F_{T3}=\sqrt{5\times3^2}\Rightarrow F_{T3}=3\sqrt{5}\,N$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۲۴ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q}\xrightarrow[q=-50\mu C=-5\times10^{-5}C]{\Delta V=-300-100=-400\,V}-400=\frac{\Delta U_E}{-5\times10^{-5}}\Rightarrow\Delta U_E=0/02\,J=20\,mJ$$

گام دوم: کار انجام‌شده توسط میدان الکتریکی را به دست می‌آوریم:

$$W_E=-\Delta U_E=-20\,mJ$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۲۵ **پاسخ تشریحی** طبق رابطهٔ $C=\frac{\kappa\varepsilon_{\circ}A}{d}$ داریم:

$$C=\frac{\kappa\varepsilon_{\circ}A}{d} \xrightarrow{\kappa\,,A\ \text{ثابت}} C_{۲}-C_{۱}=\kappa\varepsilon_{\circ}A\left(\frac{۱}{d_{۲}}-\frac{۱}{d_{۱}}\right)$$

$$\xrightarrow[\varepsilon_{\circ}=۹\times۱۰^{-۱۲}C^{۲}/N.m^{۲}\,,A=۴۰cm^{۲}=۴۰\times۱۰^{-۴}m^{۲}\,,d_{۱}=۵mm=۵\times۱۰^{-۳}m]{C_{۲}-C_{۱}=۴/۸pF=۴/۸\times۱۰^{-۱۲}F\,,\kappa=۱} ۴/۸\times۱۰^{-۱۲}=۱\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times۴۰\times۱۰^{-۴}\left(\frac{۱}{d_{۲}}-\frac{۱}{۵\times۱۰^{-۳}}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{۴۰۰}{۳}=\frac{۱}{d_{۲}}-۲۰۰ \Rightarrow \frac{۱}{d_{۲}}=\frac{۱۰۰۰}{۳} \Rightarrow d_{۲}=۰/۰۰۳\,m=۳mm \Rightarrow d_{۲}-d_{۱}=۳-۵=-۲mm$$

بنابراین فاصلهٔ بین صفحات خازن باید $۲\,mm$ کاهش یابد.

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۲۶ **پاسخ تشریحی** طبق رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}CV^{۲}$، داریم:

$$U'-U=\frac{۱}{۲}C(V'^{۲}-V^{۲})=\frac{۱}{۲}C(V'-V)(V'+V)$$

$$U_{۲}-U_{۱}=\frac{۱}{۲}C(V_{۲}-V_{۱})(V_{۲}+V_{۱}) \Rightarrow ۳۰۰\times۱۰^{-۶}=\frac{۱}{۲}C(۲۰)(۲V_{۱}+۲۰) \quad (۱)$$

$$U_{۳}-U_{۲}=\frac{۱}{۲}C(V_{۳}-V_{۲})(V_{۳}+V_{۲}) \Rightarrow ۳۰۰\times۱۰^{-۶}=\frac{۱}{۲}C(۱۰)(۲V_{۲}+۱۰) \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{\frac{(۱)}{(۲)}} ۱=\frac{۴V_{۱}+۴۰}{۲V_{۲}+۱۰} \xrightarrow{V_{۲}=V_{۱}+۲۰} ۴V_{۱}+۴۰=۲(V_{۱}+۲۰)+۱۰ \Rightarrow V_{۱}=۵\,V$$

حالا ظرفیت خازن را حساب می‌کنیم:

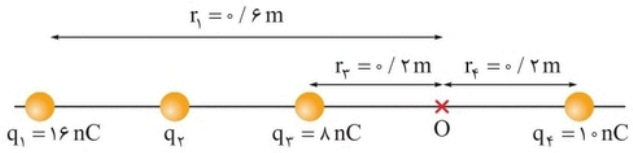
$$\xrightarrow{(۱)} ۳۰۰\times۱۰^{-۶}=\frac{۱}{۲}C(۲۰)(۳۰) \Rightarrow C=۱۰^{-۶}C=۱\,\mu C$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۲۷

گام اول: اندازهٔ میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1، q_3 و q_4 را در نقطهٔ O به دست می‌آوریم. شکل مقابل فاصلهٔ بین بارها را تا نقطهٔ O را شان می‌دهد.

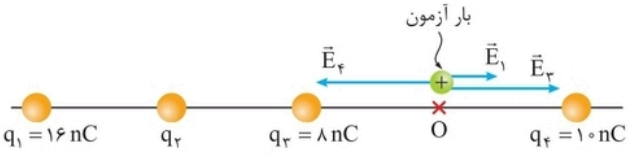


$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{9\times10^9\times16\times10^{-9}}{(0/6)^2} = \frac{9\times16}{0/36} = 400\,N/C$$

$$E_3 = \frac{k|q_3|}{r_3^2} = \frac{9\times10^9\times8\times10^{-9}}{(0/2)^2} = \frac{9\times8}{0/04} = 1800\,N/C$$

$$E_4 = \frac{k|q_4|}{r_4^2} = \frac{9\times10^9\times10\times10^{-9}}{(0/2)^2} = \frac{9\times10}{0/04} = 2250\,N/C$$

گام دوم: با در نظر گرفتن بار آزمون در نقطهٔ O، جهت میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_1$، $\vec{E}_3$ و $\vec{E}_4$ را در نقطهٔ O مشخص می‌کنیم و برایند این سه میدان الکتریکی را به دست می‌آوریم:



$$\underbrace{\vec{E}_{1,3,4}}_{\text{برایند میدان‌های الکتریکی ناشی از سه بار } q_1, q_3 \text{ و } q_4} = \vec{E}_1 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = 400\vec{i} + 1800\vec{i} - 2250\vec{i} = (-50\,N/C)\vec{i}$$

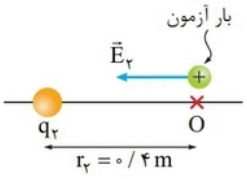
گام سوم: برایند میدان‌های الکتریکی در نقطهٔ O، برابر با $(-275\,N/C)\vec{i}$ است. از آن‌جا که برایند میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1، q_3 و q_4 برابر با $(-50\,N/C)\vec{i}$ است، میدان الکتریکی ناشی از بار q_2 را به دست می‌آوریم:

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{1,3,4} + \vec{E}_2 \Rightarrow -275\vec{i} = -50\vec{i} + \vec{E}_2 \Rightarrow \vec{E}_2 = (-225\,N/C)\vec{i}$$

با توجه به این‌که جهت میدان الکتریکی E_2 به سمت چپ است، علامت بار q_2 را مشخص می‌کنیم.

شکل مقابل بار q_2 و جهت میدان الکتریکی را نشان می‌دهد.

بار q_2 منفی است؛ زیرا بار q_2، بار آزمون را جذب کرده است.



گام چهارم: اندازهٔ میدان $\vec{E}_2$ برابر با $225\,N/C$ است، اندازهٔ بار q_2 را به دست می‌آوریم:

$$E_2 = \frac{k|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow 225 = \frac{9\times10^9\times|q_2|}{(0/4)^2} \Rightarrow |q_2| = \frac{225\times0/16}{9\times10^9} \Rightarrow$$

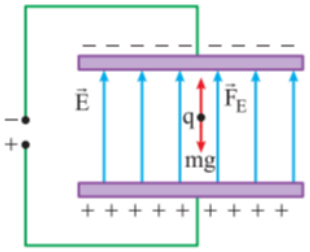
$$|q_2| = 4\times10^{-9}\,C = 4\,nC \Rightarrow q_2 = -4\,nC$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۲۸ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** نیروی خالص وارد بر جسم را به دست می‌آوریم و به کمک قانون دوم نیوتون $(F_{net}=ma)$، شتاب وارد بر ذرهٔ باردار را حساب می‌کنیم.

با توجه به شکل زیر، جهت میدان الکتریکی رو به بالا و بار ذره، مثبت است؛ بنابراین نیرویی که میدان به ذرهٔ باردار وارد می‌کند، رو به بالا است.



$$F_E=E|q| \xrightarrow[q=3\mu C=3\times10^{-6}C]{E=\frac{V}{d}=\frac{200}{0/4}=500N/C} F_E=E|q|=500\times3\times10^{-6}=1/5\times10^{-3}N$$

$$mg=0/1\times10^{-3}\times10=10^{-3}N$$

$$F_{net}=F_E-mg=1/5\times10^{-3}-10^{-3}=0/5\times10^{-3}N$$

$$F_{net}=ma \Rightarrow 0/5\times10^{-3}=0/1\times10^{-3}\times a \Rightarrow a=5m/s^2$$

گام دوم: جابه‌جایی ذرهٔ باردار در مدت $0/2s$ را با استفاده از رابطهٔ $d=\frac{1}{2}at^2+v_0t$ به دست می‌آوریم:

$$d=\frac{1}{2}at^2+v_0t \xrightarrow[v_0=0]{\text{ذرهٔ باردار رها شده}} d=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}(5)(0/2)^2=0/1m$$

گام سوم: تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی را پس از این‌که ذرهٔ باردار مثبت به اندازهٔ $0/1m$ به سمت بالا حرکت کرده است، به دست می‌آوریم:

$$\Delta U_E=\pm E|q|d_E \xrightarrow{\text{ذرهٔ باردار مثبت به سمت پتانسیل کم‌تر حرکت کرده.}} \Delta U_E=-E|q|d_E$$

$$\Rightarrow \Delta U_E=-500\times3\times10^{-6}\times0/1=-150\mu J$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی $150\mu J$ کاهش یافته است.

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۲۹ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** ظرفیت خازن را پس از سه برابر کردن فاصلهٔ بین صفحات به دست می‌آوریم:

$$\frac{C_2}{C_1}=\frac{\kappa_2}{\kappa_1}\times\frac{A_2}{A_1}\times\frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{\text{فقط فاصله ۳ برابر شده است.}} \frac{C_2}{C_1}=\frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{20}=\frac{d_1}{3d_1} \Rightarrow C_2=\frac{20}{3}nF$$

گام دوم: اگر خازن را از باتری جدا کنیم، دیگر خازن تبادل باری با باتری نخواهد داشت و بار ذخیره‌شده ثابت می‌ماند *(یعنی همون $180nC$ می‌مونه.)*

$$Q_1=Q_2=180nC=Q$$

گام سوم: به کمک رابطهٔ $U=\frac{Q^2}{2C}$ تغییرات انرژی خازن را به دست می‌آوریم:

$$U_2-U_1=\frac{Q_2^2}{2C_2}-\frac{Q_1^2}{2C_1}=\frac{Q^2}{2}\left(\frac{1}{C_2}-\frac{1}{C_1}\right)=\frac{180^2}{2}\left(\frac{3}{20}-\frac{1}{20}\right)$$

$$=\frac{180^2}{2}\times\frac{2}{20}=\frac{180\times180}{20}=1620nJ=1/62\mu J$$

با توجه به این‌که مقدار تغییرات مثبت بوده است؛ پس انرژی خازن افزایش یافته است.

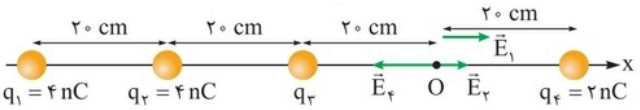
(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۳۰

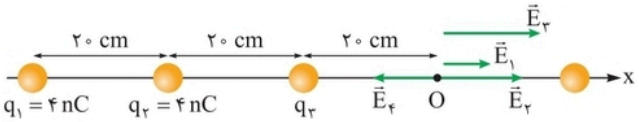
پاسخ تشریحی ابتدا میدان الکتریکی حاصل از بار $q_۴$ در نقطهٔ O را $E_۴$ در نظر می‌گیریم و میدان الکتریکی حاصل از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ در این نقطه را برحسب $E_۴$ می‌نویسیم. سپس جهت هریک از میدان‌های الکتریکی در نقطهٔ O را مشخص می‌کنیم (شکل الف).

$$E=k\frac{|q|}{r^۲}\rightarrow\begin{cases}\frac{E_۱}{E_۴}=\left|\frac{q_۱}{q_۴}\right|\times(\frac{r_۴}{r_۱})^۲=\frac{۴}{۲}\times(\frac{۲۰}{۶۰})^۲=\frac{۲}{۹}\rightarrow E_۱=\frac{۲}{۹}E_۴\\ \frac{E_۲}{E_۴}=\left|\frac{q_۲}{q_۴}\right|\times(\frac{r_۴}{r_۲})^۲=\frac{۴}{۲}\times(\frac{۲۰}{۴۰})^۲=\frac{۱}{۲}\rightarrow E_۲=\frac{۱}{۲}E_۴\end{cases}$$



(الف)

با توجه به این‌که بردار میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ O برابر با $۱۰۰\vec{i}$ است، پس می‌توانیم نتیجه بگیریم که جهت میدان الکتریکی حاصل از بار $q_۳$ در نقطهٔ O $(\vec{E}_۳)$ در جهت محور x است (شکل ب)؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:



(ب)

$$E_۱+E_۲+E_۳-E_۴=۱۰۰\xrightarrow[E_۲=\frac{۱}{۲}E_۴]{E_۱=\frac{۲}{۹}E_۴}\frac{۲}{۹}E_۴+\frac{۱}{۲}E_۴+E_۳-E_۴=۱۰۰\rightarrow E_۳-\frac{۵}{۱۸}E_۴=۱۰۰$$

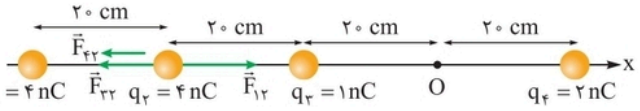
$$\xrightarrow{E=k\frac{|q|}{r^۲}}\frac{k|q_۳|}{r_۳^۲}-\frac{۵}{۱۸}k\frac{|q_۴|}{r_۴^۲}=۱۰۰\xrightarrow[q_۴=۲\times۱۰^{-۹}C,\,r_۳=r_۴=۰/۲m]{k=۹\times۱۰^۹\frac{N.m^۲}{C^۲}}\frac{۹\times۱۰^۹|q_۳|}{۴\times۱۰^{-۲}}-\frac{۵}{۱۸}\times۹\times۱۰^۹\times\frac{۲\times۱۰^{-۹}}{۴\times۱۰^{-۲}}=۱۰۰$$

$$\Rightarrow\frac{۹\times۱۰^۹|q_۳|}{۴\times۱۰^{-۲}}-۱۲۵=۱۰۰\rightarrow۹\times۱۰^۹|q_۳|=۹\xrightarrow{q_۳>۰}q_۳=۱nc$$

حالا همهٔ اطلاعات لازم برای محاسبهٔ نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲$ را داریم. برای راحتی محاسبه، نیروی الکتریکی‌ای را که بار $q_۳$ به بار $q_۲$ وارد می‌کند، $F_{۳۲}$ در نظر می‌گیریم و بقیه نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۲$ را برحسب $F_{۳۲}$ می‌نویسیم.

$$F=\frac{k|q_۱||q_۲|}{r^۲}\rightarrow\begin{cases}\frac{F_{۱۲}}{F_{۳۲}}=\left|\frac{q_۱}{q_۳}\right|\times(\frac{r_{۳۲}}{r_{۱۲}})^۲=\frac{۴}{۱}\times(\frac{۲۰}{۲۰})^۲=۴\rightarrow F_{۱۲}=۴F_{۳۲}\\ \frac{F_{۴۲}}{F_{۳۲}}=\left|\frac{q_۴}{q_۳}\right|\times(\frac{r_{۳۲}}{r_{۴۲}})^۲=\frac{۲}{۱}\times(\frac{۲۰}{۶۰})^۲=\frac{۲}{۹}\rightarrow F_{۴۲}=\frac{۲}{۹}F_{۳۲}\end{cases}$$

در آخر جهت نیروهای الکتریکی بر بار $q_۲$ را مشخص می‌کنیم و بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲$ در SI را به دست می‌آوریم.



$$F_{net}=F_{۱۲}-F_{۳۲}-F_{۴۲}\xrightarrow[F_{۴۲}=\frac{۲}{۹}F_{۳۲}]{F_{۱۲}=۴F_{۳۲}}F_{net}=۴F_{۳۲}-F_{۳۲}-\frac{۲}{۹}F_{۳۲}=\frac{۲۵}{۹}F_{۳۲}$$

$$\xrightarrow[k=۹\times۱۰^۹\frac{N.m^۲}{C^۲},\,|q_۳|=۱۰^{-۹}C,\,|q_۲|=۴\times۱۰^{-۹}C]{F_{۳۲}=\frac{k|q_۳||q_۲|}{r_{۳۲}^۲},\,r_{۳۲}=۰/۲\,m}F_{net}=\frac{۲۵}{۹}\times۹\times۱۰^۹\times\frac{۱۰^{-۹}\times۴\times۱۰^{-۹}}{۴\times۱۰^{-۲}}=۲/۵\times۱۰^{-۶}N$$

$$\Rightarrow\vec{F}_{net}=۲/۵\times۱۰^{-۶}\vec{i}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۳۱ پاسخ تشریحی **گام اول:** میدان الکتریکی داده‌شده یک مولفه در جهت محور x $(\vec{E}_x = ۳\times۱۰^۵\ N/C\,\vec{i})$ و یک مؤلفه در خلاف جهت محور y $(\vec{E}_y = -۴\times۱۰^۵ N/C\,\vec{j})$ دارد و ذره از نقطهٔ $A(۰,۲۰cm)$ به نقطهٔ $B(۰,۸۰cm)$ یعنی در جهت محور y و خلاف جهت $\vec{E}_y$ جابه‌جا می‌شود. باتوجه به این‌که با حرکت در خلاف جهت میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد، پس می‌توانیم نتیجه بگیریم که در این جابه‌جایی ذره، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$E=\frac{|\Delta V|}{d}\xrightarrow[d=۰/۶m]{E=۴\times۱۰^۵N/C}۴\times۱۰^۵=\frac{|\Delta V|}{۰/۶}\xrightarrow{\Delta V>۰}\Delta V=۲۴\times۱۰^۴\ V$$

گام دوم: حالا داده‌ها را در رابطهٔ زیر جای‌گذاری می‌کنیم و مقدار q را به دست می‌آوریم.

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\xrightarrow[\Delta U=۳۶۰\times۱۰^{-۳}J]{\Delta V=۲۴\times۱۰^۴V}۲۴\times۱۰^۴=\frac{۳۶۰\times۱۰^{-۳}}{q}\rightarrow q=۱/۵\times\underbrace{۱۰^{-۶}}_{\mu}C=۱/۵\mu C$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۳۲ پاسخ تشریحی **گام اول:** سؤال به ما تغییرات اختلاف پتانسیل دو سر خازن و تغییرات انرژی ذخیره‌شده در آن را داده است؛ پس با استفاده از رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}CV^۲$ می‌توانیم بنویسیم:

$$U_۲-U_۱=\frac{۱}{۲}CV_۲^۲-\frac{۱}{۲}CV_۱^۲=\frac{۱}{۲}C(V_۲^۲-V_۱^۲)\xrightarrow[C=۵\times۱۰^{-۶}F,\ V_۲=V_۱+\frac{۲۰}{۱۰۰}V_۱=\frac{۶}{۵}V_۱]{U_۲-U_۱=۱۱\times۱۰^{-۵}J}$$

$$۱۱\times۱۰^{-۵}=\frac{۱}{۲}\times۵\times۱۰^{-۶}\left(\left(\frac{۶}{۵}V_۱\right)^۲-V_۱^۲\right)\rightarrow\frac{۱۱}{۲۵}V_۱^۲\times\frac{۵}{۲}=۱۱۰\Rightarrow V_۱^۲=۱۰۰\Rightarrow V_۱=۱۰V$$

$\left(\frac{۳۶}{۲۵}V_۱^۲\right)$

گام دوم: در آخر، مقدار افزایش بار الکتریکی خازن در اثر افزایش اختلاف پتانسیل آن را به دست می‌آوریم:

$$\Delta Q=C\Delta V\xrightarrow[\Delta V=\frac{۱}{۵}V_۱,\ V_۱=۱۰V]{C=۵\times۱۰^{-۶}F}\Delta Q=۵\times۱۰^{-۶}\times\frac{۱}{۵}\times۱۰=۱۰\times\underbrace{۱۰^{-۶}}_{\mu}C=۱۰\mu C$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۳۳ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** اندازه و جهت نیروهای $\vec{F}_{۱۲}$ و $\vec{F}_{۳۲}$ را به دست می‌آوریم:

$$F_{۱۲}=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r_{۱۲}^۲}\xrightarrow[|q_۱|=۸\mu C\,,\,|q_۲|=۲\mu C]{k=۹\times۱۰^۹\frac{N.cm^۲}{(\mu C)^۲}\,,\,r_{۱۲}=۴۰\,cm}F_{۱۲}=۹۰\times\frac{۸\times۲}{۴۰^۲}=۰/۹\,N$$

$$\Rightarrow\vec{F}_{۱۲}=(۰/۹N)\vec{i}$$

$$F_{۳۲}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{r_{۳۲}^۲}\xrightarrow[|q_۲|=۲\mu C\,,\,|q_۳|=۳\mu C]{k=۹\times۱۰^۹\frac{N.cm^۲}{(\mu C)^۲}\,,\,r_{۳۲}=۳۰\,cm}F_{۳۲}=۹۰\times\frac{۲\times۳}{۳۰^۲}=۰/۶N$$

$$\Rightarrow\vec{F}_{۳۲}=-(۰/۶N)\vec{j}$$

گام دوم: نیروی $\vec{F}_{۴۲}$ را برحسب بردارهای یکّه به دست آورده و اندازهٔ آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{F}=\vec{F}_{۱۲}+\vec{F}_{۳۲}+\vec{F}_{۴۲}$$

$$\Rightarrow(۱/۷N)\vec{i}=(۰/۹N)\vec{i}-(۰/۶N)\vec{j}+\vec{F}_{۴۲}\Rightarrow\vec{F}_{۴۲}=(۰/۸N)\vec{i}+(۰/۶N)\vec{j}\Rightarrow F_{۴۲}=\sqrt{(۰/۸)^۲+(۰/۶)^۲}=۱\,N$$

گام سوم: با استفاده از نیروی $F_{۴۲}$، اندازهٔ بار $q_۴$ را پیدا می‌کنیم:

$$F_{۴۲}=k\frac{|q_۴||q_۲|}{r_{۲۴}^۲}\xrightarrow[|q_۲|=۲\mu C\,,\,r_{۲۴}=\sqrt{۳۰^۲+۴۰^۲}=۵۰\,cm]{F_{۴۲}=۱\,N\,,\,k=۹\times۱۰^۹\frac{N.cm^۲}{(\mu C)^۲}}۱=۹۰\times\frac{|q_۴|\times۲}{۵۰^۲}\Rightarrow|q_۴|=\frac{۲۵۰۰}{۱۸۰}=\frac{۲۵۰}{۱۸}\,\mu C$$

گام چهارم: فاصلهٔ مرکز مستطیل تا بار $q_۴$، نصف قطر مستطیل است.

$$r=\frac{۵۰}{۲}=۲۵\,cm$$

اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از بار $q_۴$ را در مرکز مستطیل حساب می‌کنیم:

$$E=k\frac{|q_۴|}{r^۲}\xrightarrow[r=۲۵cm=۰/۲۵m]{k=۹\times۱۰^۹\frac{N.m^۲}{C^۲}\,,\,|q_۴|=\frac{۲۵۰}{۱۸}\mu C}E=۹\times۱۰^۹\times\frac{\frac{۲۵۰}{۱۸}\times۱۰^{-۶}}{۲۵^۲\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow E=\frac{۹\times۲۵۰}{۱۸\times۲۵\times۲۵}\times۱۰^۷$$

$$\Rightarrow E=۰/۲\times۱۰^۷\frac{N}{C}=۲\times۱۰^۶\frac{N}{C}$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۳۴ **پاسخ تشریحی** رابطهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطهٔ A و B را می‌نویسیم و از آن‌جا، پتانسیل الکتریکی نقطهٔ B را حساب می‌کنیم:

$$V_B-V_A=-Ed\cos\alpha\xrightarrow[d=۴۰cm=۰/۴m\,,\,\alpha=۶۰^\circ]{V_A=۵۰\,V\,,\,E=۵۰۰\frac{N}{C}}V_B-۵۰=-۵۰۰\times۰/۴\cos۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow V_B-۵۰=-۲۰۰\times\frac{۱}{۲}\Rightarrow V_B=-۵۰\,V$$

حواستون باشه چون مؤلفهٔ افقی بردار $\vec{d}$ در جهت میدان الکتریکی $\vec{E}$ است، بنابراین باید در این جابه‌جایی، پتانسیل الکتریکی کاهش یابد ($V_B<V_A$)؛ یعنی از ابتدا معلوم بود که گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند.

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۳۵

پاسخ تشریحی **گام اول:** در مرحلهٔ اول، هنگام خروج دی‌الکتریک، خازن هم‌چنان به باتری متصل است، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت می‌ماند؛ یعنی:

$$V' = V$$

اندازهٔ میدان الکتریکی تغییر نمی‌کند. $E = \frac{V}{d} \xrightarrow{\substack{V'=V \\ d'=d}} E' = E$

اما ظرفیت، بار الکتریکی و انرژی خازن به صورت مقابل تغییر می‌کنند:

$$C = \kappa\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C'}{C} = \frac{\kappa'}{\kappa} \xrightarrow[\kappa=۴]{\text{هوا } \kappa'=۱} \frac{C'}{C} = \frac{۱}{۴}$$

$$Q = CV \xrightarrow{V'=V} \frac{Q'}{Q} = \frac{C'}{C} \Rightarrow \frac{Q'}{Q} = \frac{۱}{۴}$$

$$U = \frac{۱}{۲}QV \xrightarrow{V'=V} \frac{U'}{U} = \frac{Q'}{Q} \Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{۱}{۴}$$

گام دوم: در مرحلهٔ دوم، وقتی خازن از باتری جدا می‌شود، بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند، یعنی: $Q'' = Q'$.

اما ظرفیت، انرژی الکتریکی و اختلاف پتانسیل الکتریکی آن به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$C = \kappa\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C''}{C'} = \frac{d'}{d''} \xrightarrow{d''=\frac{۱}{۲}d'} \frac{C''}{C'} = ۲$$

$$U = \frac{Q^{۲}}{۲C} \xrightarrow{Q''=Q'} \frac{U''}{U'} = \frac{C'}{C''} = \frac{۱}{۲}$$

$$V = \frac{Q}{C} \xrightarrow{Q''=Q'} \frac{V''}{V'} = \frac{C'}{C''} = \frac{۱}{۲}$$

اما میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن تغییر نمی‌کند:

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow \frac{E''}{E'} = \frac{V''}{V'} \times \frac{d'}{d''} = \frac{۱}{۲} \times ۲ = ۱$$

گام سوم: اکنون موارد «الف» تا «ت» را برای حالت نهایی نسبت به حالت اولیه بررسی می‌کنیم:

$$\frac{E''}{E} = \frac{E''}{E'} \times \frac{E'}{E} = ۱ \times ۱ = ۱$$ درستی «الف»

$$\frac{V''}{V} = \frac{V''}{V'} \times \frac{V'}{V} = \frac{۱}{۲} \times ۱ = \frac{۱}{۲}$$ نادرستی «ب»

$$\frac{Q''}{Q} = \frac{Q''}{Q'} \times \frac{Q'}{Q} = ۱ \times \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۴}$$ نادرستی «پ»

$$\frac{U''}{U} = \frac{U''}{U'} \times \frac{U'}{U} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۸}$$ درستی «ت»

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۳۶

در باردار کردن اجسام به روش مالشی، فقط الکترون‌ها از یک جسم به جسم دیگر منتقل می‌شوند و هیچگاه پروتون‌ها جابه‌جا نمی‌شوند.

بر اساس اصل کوانتیده بودن بار الکتریکی، تعداد الکترون‌های جابه‌جا شده برابر است با:

$$n = \frac{q}{e} \xrightarrow[e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C]{q=۳/۲\mu C=۳/۲\times۱۰^{-۶}C} n = \frac{۳/۲\times۱۰^{-۶}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} = ۲\times۱۰^{۱۳}$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۳۷ اگر بردار نیروی الکتریکی وارده از طرف q_1 به q_3 را با $\vec{F}_1$ و بردار نیروی الکتریکی وارده از طرف q_2 به q_3 را با $\vec{F}_2$ نشان دهیم، داریم:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}$$

با استفاده از رابطهٔ مقایسه‌ای کولن بین دو ذرهٔ باردارمی‌توان نوشت:

$$\frac{F_1'}{F_1} = \frac{|q_1'|}{|q_1|} \times (\frac{r_1}{r_1'})^2 \rightarrow \frac{F_1'}{F_1} = 2 \times (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{F_2'}{F_2} = \frac{|q_2'|}{|q_2|} \times (\frac{r_2}{r_2'})^2 \rightarrow \frac{F_2'}{F_2} = \frac{1}{2} \times (2)^2 = 2$$

با توجه به عوض کردن جای دو بار q_1 و q_2، بردار نیروهای جدید را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$F_1' = -\frac{1}{2}\vec{F}_1, \vec{F}_2' = -2\vec{F}_2 \qquad -\frac{1}{2}\vec{F}_1 - 2\vec{F}_2 = -3\vec{F}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \vec{F}_1 = -\frac{2}{3}\vec{F}, \vec{F}_2 = \frac{5}{3}\vec{F}$$

با استفاده از رابطه‌های مقایسه‌ای کولن داریم:

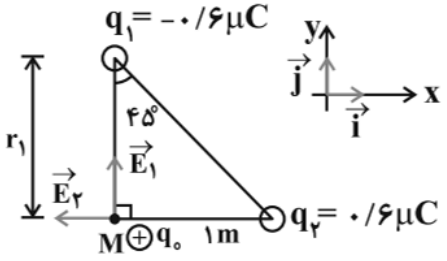
$$\frac{|F_2|}{|F_1|} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times (\frac{r_1}{r_2})^2 \rightarrow \frac{5}{2} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times (\frac{r}{2r})^2 \rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \frac{1}{10}$$

با توجه به اینکه بردار نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ خلاف جهت هم هستند می‌توان گفت که دو بار q_1 و q_2 همنام هستند، پس: $\frac{q_1}{q_2} = \frac{1}{10}$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۳۸

$$\tan 45^\circ = \frac{1}{r_1} = 1 \quad \Rightarrow r_1 = 1m$$



$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^2} = 9\times10^9 \times \frac{0/6\times10^{-6}}{(1)^2} = 5/4\times10^{+3}\frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E}_1 = 5/4\times10^{+3}\vec{j}(\frac{N}{C}) \quad E_2 = k\frac{|q_2|}{r_2^2} = 9\times10^9 \times \frac{0/6\times10^{-6}}{1^2} = 5/4\times10^{+3}\frac{N}{C}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_2 = -5/4\times10^{+3}\vec{i}(\frac{N}{C}) \qquad \vec{E}_M = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -5/4\times10^{+3}\vec{i} + 5/4\times10^{+3}\vec{j}(\frac{N}{C})$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۳۹ با توجه به رابطهٔ $|\Delta V| = Ed$ داریم:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} \xrightarrow[d=10cm=0/1m]{|\Delta V|=12V} E = \frac{12}{0/1} = 120\frac{N}{C} \qquad F = E|q| = 120\times5\times10^{-3} = 0/6N$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۴۰ با توجه به رابطهٔ مقایسه‌ای قانون کولن، داریم:

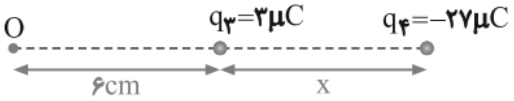
$$\frac{F'}{F}=\frac{|q_1'|}{|q_1|}\times\frac{|q_2'|}{|q_2|}\times\left(\frac{d}{d'}\right)^2 \xrightarrow[q_2'=\frac{|q_2|}{2}]{q_1'=\frac{|q_1|}{2},\,d'=\frac{3d}{2}} \frac{F'}{F}=\frac{\frac{|q_1|}{2}\frac{|q_2|}{2}}{|q_1||q_2|}\times\left(\frac{d}{\frac{3}{2}d}\right)^2=\frac{1}{4}\times\frac{4}{9} \Rightarrow \frac{F'}{F}=\frac{1}{9}$$

طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که بارهای الکتریکی به هم وارد می‌کنند، نیروهای عمل و عکس‌العمل هستند که هم‌اندازه بوده ولی در خلاف جهت یکدیگرند. بنابراین نیرویی که بر بار q_1 وارد می‌شود، برابر است با:

$$\vec{F}'_{21}=-\vec{F}'_{12} \Rightarrow \vec{F}'_{21}=\frac{1}{9}(-1)(2\vec{i}-\vec{j}) \Rightarrow \vec{F}'_{21}=\frac{1}{9}(-2\vec{i}+\vec{j})$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۴۱ چون در نقطهٔ O میدان الکتریکی بارهای q_1 و q_2 با هم برابر و در دو سوی مخالف هم هستند، یکدیگر را خنثی می‌کنند بنابراین باید برایند میدان‌های حاصل از بارهای q_3 و q_4 در نقطهٔ O صفر شود. اگر فرض کنیم بار q_4 را چنان جابه‌جا کنیم که فاصلهٔ آن تا q_3 برابر x باشد، در این‌حالت داریم:

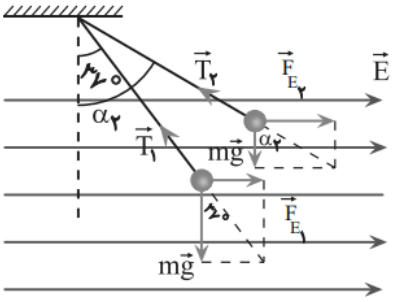


$$|\vec{E}_3|=|\vec{E}_4| \Rightarrow k\frac{|q_3|}{r_3^2}=k\frac{|q_4|}{r_4^2} \xrightarrow[|q_3|=3\mu C,\,|q_4|=27\mu C]{r_3=6\,cm,\,r_4=6+x} \frac{3}{6^2}=\frac{27}{(x+6)^2} \Rightarrow \frac{1}{6^2}=\frac{9}{(x+6)^2} \Rightarrow \frac{1}{6}=\frac{3}{x+6} \Rightarrow x=12\,cm$$

می‌بینیم بار q_4 از فاصلهٔ ۸ سانتی‌متری به فاصلهٔ ۱۲ سانتی‌متری رفته است، بنابراین لازم است بار q_4 را به اندازهٔ $d=12-8=4\,cm$ به طرف راست جابه‌جا کنیم.

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۴۲ مطابق شکل زیر، بر گلولهٔ آونگ نیروی الکتریکی $(F_E=|q|E)$، نیروی وزن $(m\vec{g})$ و نیروی کشش نخ $(\vec{T})$ وارد می‌شود. بنابراین با استفاده از رابطهٔ مثلثاتی تانژانت، به‌صورت زیر افزایش زاویهٔ انحراف را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید در حالت اول اگر اندازهٔ میدان الکتریکی E_1 باشد، در حالت دوم اندازهٔ میدان الکتریکی برابر $E_2=E_1+\frac{1}{3}E_1=\frac{4}{3}E_1$ است.



$$\begin{cases}\tan\alpha_1=\dfrac{F_{E_1}}{mg}\\ \tan\alpha_2=\dfrac{F_{E_2}}{mg}\end{cases} \Rightarrow \frac{\tan\alpha_1}{\tan\alpha_2}=\frac{F_{E_1}}{F_{E_2}} \xrightarrow{F_E=|q|E} \frac{\tan\alpha_1}{\tan\alpha_2}=\frac{|q|E_1}{|q|E_2} \xrightarrow[E_2=\frac{4}{3}E_1]{\alpha_1=37^\circ} \frac{\tan 37^\circ}{\tan\alpha_2}=\frac{E_1}{\frac{4}{3}E_1}$$

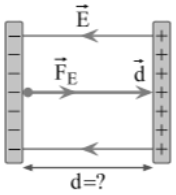
$$\Rightarrow \frac{\frac{3}{4}}{\tan\alpha_2}=\frac{1}{\frac{4}{3}} \Rightarrow \tan\alpha_2=\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}=1 \Rightarrow \alpha_2=45^\circ$$

بنابراین، زاویهٔ انحراف از 37° به 45° می‌رسد. یعنی $\Delta\alpha=45^\circ-37^\circ=8^\circ$ افزایش می‌یابد.

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۴۳ می‌دانیم طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی کار برایند نیروهای وارد بر الکترون برابر تغییر انرژی جنبشی آن است. بنابراین، اگر از وزن الکترون (به علت کوچکی جرم آن) صرف‌نظر نماییم، تغییر انرژی جنبشی آن برابر کار میدان الکتریکی است و می‌توان به‌صورت زیر فاصلهٔ بین دو صفحهٔ خازن را پیدا کرد. دقت کنید، چون الکترون از حال سکون شتاب می گیرد، نیروی الکتریکی و جابه‌جایی هم‌جهت است و زاویهٔ بین آن دو $\theta = ۰$ می‌باشد.



$$W_E = \Delta K \Rightarrow F_E d\cos\theta = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \xrightarrow[\theta=۰]{F_E=|q|E} |q|Ed\cos(۰) = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$\xrightarrow[m=۹/۱\times۱۰^{-۲۸}g=۹/۱\times۱۰^{-۳۱}kg\ ,\ v_۲=۱۰^۷m/s\ ,\ v_۱=۰]{e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C\ ,\ E=۱۰^۳\frac{V}{m}\ یا\ \frac{N}{C}} ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۱۰^۳\times d\times۱ = \frac{۱}{۲}\times۹/۱\times۱۰^{-۳۱}(۱۰^{۱۴} - ۰)$$

$$\Rightarrow d = \frac{۹/۱}{۳۲}m \Rightarrow d \simeq ۲۸/۴cm$$

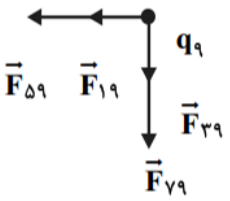
(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۴۴ در مرحلهٔ اول با تماس میلهٔ باردار با کلاهک الکتروسکوپ بدون بار، بخشی از بار میله به الکتروسکوپ منتقل می‌شود و هر دو بارهای همنام پیدا می‌کنند. وقتی میله را به گوی تماس می‌دهیم و به الکتروسکوپ نزدیک می‌کنیم، چون تیغه‌های الکتروسکوپ به هم نزدیک می‌شوند، معلوم است که بعد از تماس میله با گوی بارآن عوض شده و مخالف بار الکتروسکوپ شده است و این به معنای آن است که بار گوی مخالف بار میله بوده و اندازهٔ آن از بار میله بیش‌تر بوده است.

دقت کنید؛ اگر بار گوی هم‌اندازه و مخالف بار میله باشد، با تماس میله با گوی، بار میله خنثی می‌شود و اگر بار گوی کم‌تر از بار میله می‌بود، پس از تماس میله با گوی، بار میله کم‌تر می‌شد، اما علامت آن تغییر نمی‌کرد. در این دو حالت، با نزدیک کردن میله به الکتروسکوپ، ورقه‌های آن هم به هم نزدیک نمی‌شدند.

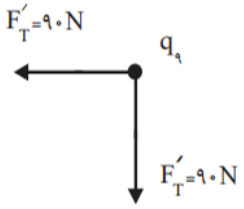
(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۴۵ با توجه به شکل داده شده نیروهای $\vec{F}_{۸۹}$ و $\vec{F}_{۴۹}$ هم اندازه و خلاف جهت‌اند و برایندشان صفر می‌شود، مانند دو نیروی $\vec{F}_{۶۹}$ و $\vec{F}_{۲۹}$.



$$|\vec{F}_{۳۹}| = |\vec{F}_{۷۹}| = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۴\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{(۴\times۱۰^{-۲})^۲}$$

$$|\vec{F}_T| = \sqrt{(۴۵+۴۵)^۲ + (۴۵+۴۵)^۲} = ۹۰\sqrt{۲}N$$



$$|\vec{F}_{۱۹}| = |\vec{F}_{۵۹}| = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۲\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{(۲\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲})^۲}$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۴۶ چون بارها برحسب μC و فاصله برحسب cm داده شده بنابراین از رابطهٔ $F = ۹۰\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$ بدون تبدیل واحد استفاده می‌کنیم.

$$F_۱ = \frac{۹۰\times ۱۶\times |q_۱|}{۹} = ۱۶۰|q_۱|$$

در حالت ثانویه ۲۵ درصد از بار $q_۲$ را برداشته و به $q_۱$ می‌دهیم:

$$q'_۲ = \frac{۷۵}{۱۰۰}q_۲ = \frac{۷۵}{۱۰۰}\times ۱۶ = ۱۲\mu C \qquad q'_۱ = q_۱ + ۴ \quad , \quad r_۲ = ۳\times ۳ = ۹cm \qquad F_۲ = \frac{۹۰\times ۱۲\times |q_۱ + ۴|}{۸۱} = \frac{۴۰}{۳}|q_۱ + ۴|$$

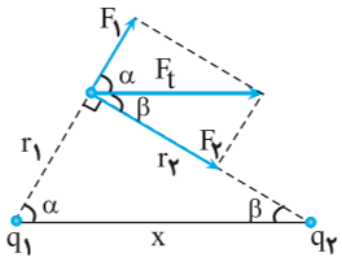
نهایتاً خواهیم داشت:

$$F_۲ = F_۱ - ۱۱۲۰ \Rightarrow \frac{۴۰}{۳}|q_۱ + ۴| = ۱۶۰|q_۱| - ۱۱۲۰ \Rightarrow |q_۱ + ۴| = ۱۲|q_۱| - ۸۴ \Rightarrow |q_۱| + ۴ = ۱۲|q_۱| - ۸۴ \Rightarrow |q_۱| = ۸\mu c \Rightarrow q_۱ = ۸\mu c$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۴۷ با توجه به شکل زیر، در صورتی برایند نیروهای وارد بر بار $q_۰$ از طرف بارهای $q_۱$ و $q_۲$ در راستای محور x است که بارهای $q_۱$ و $q_۲$ ناهمنام باشند.

بنابراین با فرض این‌که $q_۱ > ۰$ و $q_۲ < ۰$ باشد نیروها را رسم می‌کنیم و با توجه به مثلث‌های قائم الزاویهٔ ایجاد شده نسبت $\frac{q_۱}{q_۲}$ را پیدا می‌کنیم:



از طرف دیگر داریم:

$$\begin{cases} \sin\alpha = \frac{r_۲}{x} \Rightarrow r_۲ = x\sin\alpha \\ \sin\beta = \frac{r_۱}{x} \Rightarrow r_۱ = x\sin\beta \end{cases}$$

اکنون با توجه به قانون کولن می‌توان نوشت:

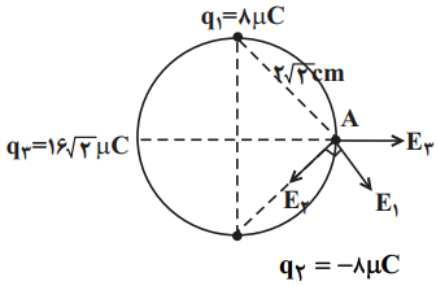
$$\begin{cases} \sin\alpha = \frac{F_۲}{F_t} \Rightarrow F_۲ = F_t\sin\alpha \\ \sin\beta = \frac{F_۱}{F_t} \Rightarrow F_۱ = F_t\sin\beta \end{cases}$$

$$\frac{F_۱}{F_۲} = \frac{\frac{k|q_۱||q_۰|}{r_۱^۲}}{\frac{k|q_۲||q_۰|}{r_۲^۲}} \Rightarrow \frac{F_۱}{F_۲} = \frac{|q_۱|}{|q_۲|}\times(\frac{r_۲}{r_۱})^۲ \Rightarrow \frac{F_t\sin\beta}{F_t\sin\alpha} = \frac{|q_۱|}{|q_۲|}\times(\frac{x\sin\alpha}{x\sin\beta})^۲ \Rightarrow \frac{|q_۱|}{|q_۲|} = \frac{\sin^۳\beta}{\sin^۳\alpha} \xrightarrow[q_۱>۰]{q_۲<۰} \frac{q_۱}{q_۲} = -\frac{\sin^۳\beta}{\sin^۳\alpha}$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۴۸ ابتدا با توجه به خارج شدن بردار میدان الکتریکی از بار الکتریکی مثبت و وارد شدن آن به‌بار الکتریکی منفی، جهت میدان‌های الکتریکی ناشی از هر بار الکتریکی را بـر روی شـکل مشخص می‌کنیم:



حال بزرگی میدان‌های الکتریکی را محاسبه می‌کنیم:

$$|\vec{E_1}|=|\vec{E_2}|=k\frac{|q_1|}{r_1^2}=9\times10^9\times\frac{8\times10^{-6}}{(2\sqrt{2}\times10^{-2})^2}=9\times10^7\,N/C$$

$$|\vec{E}_{1,2}|=\sqrt{E_1^2+E_2^2}=9\sqrt{2}\times10^7\,N/C\downarrow$$

$$|\vec{E_3}|=k\frac{|q_3|}{r_3^2}=9\times10^9\times\frac{16\sqrt{2}\times10^{-6}}{(4\times10^{-2})^2}=9\sqrt{2}\times10^7\,\frac{N}{C}$$

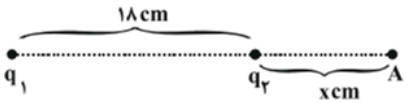
$$|\vec{E_t}|=\sqrt{E_{(1,2)}^2+E_3^2}=18\times10^7\,N/C=18\times10^4\,kN/C\searrow$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۴۹ با نوشتن رابطهٔ مربوط به بزرگی میدان الکتریکی $\left(E=\frac{k|q|}{r^2}\right)$ به‌صـورت مقایسـه‌ای، نسبت اندازهٔ دو بار را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{E_1}{E_2}=\frac{|q_1|}{|q_2|}\times(\frac{r_2}{r_1})^2\xrightarrow{r_1=r_2}\frac{9\times10^5}{4\times10^5}=\frac{|q_1|}{|q_2|}\Rightarrow\frac{|q_1|}{|q_2|}=\frac{9}{4}$$

چون دو بار ناهمنام هستند، نقطه‌ای که میدان الکتریکی برایند صـفر می‌شـود بایـد روی خـط واصل دو بار، خارج از آن و نزدیک به بار با اندازهٔ کوچکتر باشد، داریم:

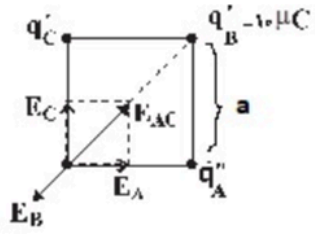


$$E_A=0\Rightarrow E_1=E_2\Rightarrow\frac{|q_1|}{r_1^2}=\frac{|q_2|}{r_2^2}\Rightarrow\frac{q_1}{q_2}=\left(\frac{18+x}{x}\right)^2\qquad\frac{18+x}{x}=\frac{3}{2}\Rightarrow x=36cm$$

دقت کنید که فاصلهٔ نقطهٔ A از بار بزرگتر (بار q_1) خواسته شده است که برابر می‌شود با: $18+36=54cm$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۵۰ چون A و C در آخر با هم تماس داده شده‌اند و بار یکسانی دارند، پـس بایـد در دو رأس روبه‌رو قرار گیرند تا بتوانند میدانی در امتداد قطر مربع بسازند و میدان گلولهٔ B را خنثی کنند.



$$q'_A=q'_B=\frac{q_A+q_B}{2}=\frac{8+12}{2}=10\mu c$$

$$E_{AC}=E_B\Rightarrow\sqrt{2}k\frac{|q'_C|}{a^2}=k\frac{|q'_B|}{(\sqrt{2}a)^2}\Rightarrow\sqrt{2}|q'_C|=\frac{10}{2}\quad\Rightarrow|q'_C|=\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}\Rightarrow q'_C=-\frac{5\sqrt{2}}{2}$$

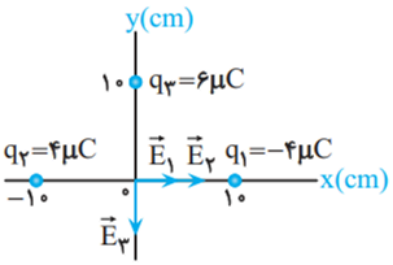
$$q'_C=\frac{q'_A+q_C}{2}\Rightarrow-\frac{5\sqrt{2}}{2}=\frac{10+q_C}{2}\Rightarrow-5\times1/4=10+q_C\;\Rightarrow-7-10=q_C\Rightarrow q_C=-17\mu c$$

q'_C و q''_A باید منفی باشند تا بتوانند میدانی در خلاف جهت میدان q'_B تولید کنند.

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۵۱ ابتدا اندازه و جهت میدان الکتریکی هر یک از بارهای الکتریکی را در مبدأ مختصات تعیین می‌کنیم.



$$\begin{cases} r_۱ = r_۲ = ۱۰\,cm \\ |q_۱| = |q_۲| = ۴\,\mu C \end{cases} \Rightarrow E_۱ = E_۲ = k\frac{|q_۱|}{r_۱^۲}$$

$$\xrightarrow{r_۱=۰/۱m,\,|q_۱|=۴\times۱۰^{-۶}C} E_۱ = E_۲ = \frac{۹\times۱۰^۹\times۴\times۱۰^{-۶}}{(۰/۱)^۲} = ۳/۶\times۱۰^۶\,\frac{N}{C}$$

چون $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ در سوی مثبت محور x می‌باشند، برحسب بردار یکه برابر است با:

$$\vec{E}_۱ = \vec{E}_۲ = ۳/۶\times۱۰^۶\,\vec{i}$$

اندازهٔ میدان الکتریکی بار $q_۳$ برابر است با:

$$E_۳ = k\frac{|q_۳|}{r_۳^۲} \xrightarrow{r_۳=۰/۱m,\,|q_۳|=۶\times۱۰^{-۶}C} E_۳ = \frac{۹\times۱۰^۹\times۶\times۱۰^{-۶}}{(۰/۱)^۲} = ۵/۴\times۱۰^۶\,(\frac{N}{C})$$

چون $\vec{E}_۳$ در سوی منفی محور y است، برحسب بردار یکه برابر است با:

$$\vec{E}_۳ = -۵/۴\times۱۰^۶\,\vec{j}$$

بنابراین برایند میدان‌ها برابر است با:

$$\vec{E} = \vec{E}_۱ + \vec{E}_۲ + \vec{E}_۳ \Rightarrow \vec{E} = ۳/۶\times۱۰^۶\,\vec{i} + ۳/۶\times۱۰^۶\,\vec{i} - ۵/۴\times۱۰^۶\,\vec{j} \Rightarrow \vec{E} = (۷/۲\vec{i} - ۵/۴\vec{j})\times۱۰^۶$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۵۲ گزینه های نادرست را بررسی می‌کنیم:



۱) چون بار q از بار $۲q$ کوچکتر است، شکل صحیح این گزینه باید به‌صورت مقابل باشد:

۲) خطوط میدان یا از بار الکتریکی خارج می‌شود یا به آن وارد می‌شود. امکان ندارد تعدادی از خطوط میدان به یک بار وارد و تعدادی دیگر از آن بار خارج شوند. پس این گزینه هم غلط است.

۳) چون اندازهٔ بارها برابر است، خطوط میدان الکتریکی آن‌ها باید دارای تقارن باشد و این گزینه هم غلط است. شکل درست این گزینه به‌صورت زیر است:



(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۵۳ بررسی گزینه‌ها:

۱) با توجه به تراکم خطوط میدان، $E_A > E_B > E_C$ می‌باشد و در نتیجه اگر بار q مثبت یا منفی را در این سه نقطه قرار دهیم، اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر آن از طرف میدان به‌صورت $F_A > F_B > F_C$ خواهد بود. (ردگزینهٔ ۱)

۲) در حرکت بار مثبت q از نقطهٔ A تا C، چون حرکت خودبه‌خودی صورت می‌گیرد، انرژی پتانسیل در حال کاهش و کار میدان الکتریکی مثبت می‌باشد.

۳) با حرکت بار منفی q از نقطهٔ C به‌طرف نقطهٔ A، چون حرکت خودبه‌خودی صورت می‌گیرد، انرژی پتانسیل در حال کاهش و کار میدان الکتریکی مثبت می‌باشد. (رد گزینهٔ ۳)

۴) اگر بارهای $q_۱$ و $q_۲$ را به‌ترتیب در نقاط A و C قرار دهیم، لزوماً اندازهٔ نیروی وارد بر بار $q_۱$ از طرف میدان بیشتر از اندازهٔ نیروی وارد بر بار $q_۲$ نیست؛ زیرا با وجود اینکه اندازهٔ میدان در A بیشتر است، ولی ممکن است مقدار بار $q_۲$ به قدری بیشتر از $q_۱$ باشد که اندازهٔ نیروی وارد بر آن از $q_۱$ بیشتر شود. (رد گزینهٔ ۴)

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۵۴ برای محاسبهٔ بار q باید از رابطهٔ $\Delta V=\frac{\Delta U}{q}$ استفاده کنیم، اما چون ΔU مجهول است، از رابطه‌های $\Delta U=-\Delta K$ و $\Delta K=\frac{1}{2}m(v^2-v_0^2)$، به صورت زیر استفاده می‌کنیم.

$$\Delta U=-\Delta K \xrightarrow[\Delta U=q(V_2-V_1)]{\Delta K=\frac{1}{2}m(v^2-v_0^2)} q(V_2-V_1)=-\frac{1}{2}m(v^2-v_0^2)$$

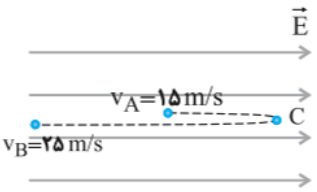
$$\xrightarrow[v=10\frac{m}{s},m=0/1\times10^{-3}kg=10^{-4}kg]{V_1=100V,V_2=-100V,v_0=0} q(-100-100)=-\frac{1}{2}\times10^{-4}\times(100-0) \Rightarrow -200q=-\frac{1}{2}\times10^{-2}$$

$$\Rightarrow q=\frac{1}{4}\times10^{-4}=25\times10^{-6}C \Rightarrow q=25\mu C$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۵۵ برای به‌دست آوردن مسافت طی شده توسط ذره، ابتدا فاصلهٔ نقطهٔ C از نقطهٔ A را می‌یابیم. نقطهٔ C، نقطه‌ای است که تندی ذره به صفر می‌رسد و جهت حرکت آن عوض می‌شود.

با استفاده از قضیهٔ کار - انرژی جنبشی داریم:



$$W_E=\Delta K_{AC} \Rightarrow W_E=K_C-K_A \xrightarrow{K_C=0} -F_E d_{AC}=0-K_A \Rightarrow K_A=E|q|d_{CA} \quad (1)$$

در مسیر برگشت ذره از نقطهٔ C تا B داریم:

$$W'_E=\Delta K_{BC} \Rightarrow W'_E=K_B-K_C \xrightarrow{K_C=0} W'_E=K_B \qquad F_E d_{BC}=K_B \Rightarrow E|q|d_{BC}=K_B \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2)+(1)} E|q|d_{BC}+E|q|d_{CA}=K_A+K_B \Rightarrow d_{CA}+d_{BC}=\frac{K_A+K_B}{E|q|}$$

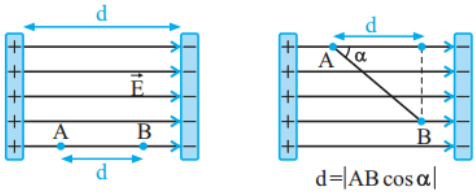
$$\Rightarrow d_{CA}+d_{BC}=\frac{\frac{1}{2}m(v_A^2+v_B^2)}{E|q|} \Rightarrow d_{CA}+d_{BC}=\frac{\frac{1}{2}\times12\times10^{-6}\times(15^2+25^2)}{10^3\times6\times10^{-6}}=0/85m$$

$$\Rightarrow d_{AC}+d_{BC}=85cm$$

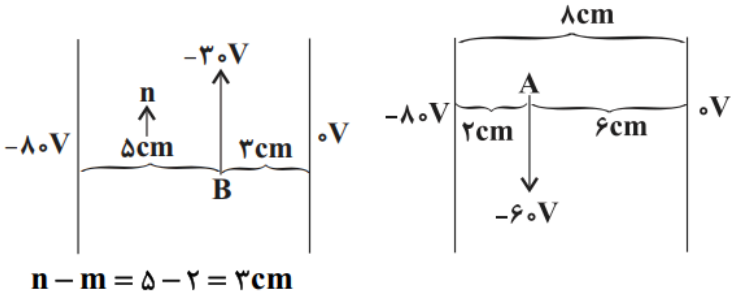
(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۵۶ در سؤال‌هایی که اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ موازی (ΔV) و فاصلهٔ دو صفحه از یک‌دیگر (d) معلوم باشد، با استفاده از رابطهٔ $E = \frac{|\Delta V|}{d}$، اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه را به‌دست می‌آوریم. هم‌چنین با استفاده از همین رابطه، اختلاف پتانسیل (ΔV) دو نقطه به فاصلهٔ d از یک‌دیگر که خط واصل آن‌ها هم‌راستا با میدان الکتریکی $\vec{E}$ باشد را به‌دست می‌آوریم. بدیهی است اگر دو نقطهٔ A و B هم‌راستا با میدان الکتریکی نباشند، $d = AB\cos\alpha$ است.



برای حل این سؤال باید به این نکته دقت کنیم که اختلاف پتانسیل میان دو صفحهٔ باتری همان اختلاف پتانسیل باتری است و چون صفحهٔ مثبت به زمین متصل است بنابراین $V_+ = ۰$ می‌باشد.



$$n - m = ۵ - ۲ = ۳cm$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۵۷ هنگامی‌که کره را داخل جعبه قرار داده و در آن را می‌بندیم، مجموعهٔ کرهٔ فلزی و جعبهٔ فلزی به عنوان یک جسم رسانا در نظر گرفته می‌شود. با توجه به اینکه بار الکتریکی در الکتریسیتهٔ ساکن در سطح خارجی جسم رسانا پخش می‌شود، نقاط A و B خنثی بوده و نقطهٔ C دارای بار مثبت می‌شود.

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۵۸ چون از صفحهٔ دارای بار منفی خازن، بار منفی جدا کرده‌ایم، بنابراین بار ذخیره شده در خازن کاهش می‌یابد و در نتیجه، انرژی ذخیره شده در آن نیز کم می‌شود.

با استفاده از رابطهٔ انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن $(U=\frac{Q^2}{2C})$ و با فرض مقادیر Q و C برحسب میکروکولن و میکروفاراد خواهیم داشت:

$$\Delta U = U_2 - U_1$$

$$\Rightarrow -12/6\times10^{-6} = \frac{(Q-6)^2\times10^{-12}}{2C\times10^{-6}} - \frac{Q^2\times10^{-12}}{2C\times10^{-6}}$$

$$\Rightarrow -12/6 = \frac{(Q-6)^2 - Q^2}{2C} \Rightarrow -12/6 = \frac{-12Q+36}{2C} \quad (I)$$

برای حالت دوم نیز مشابه حالت بالا، خواهیم داشت:

$$-3/4 = \frac{(Q-8)^2 - (Q-6)^2}{2C} \Rightarrow -3/4 = \frac{-4Q+28}{2C} \quad (II)$$

با حل هم‌زمان دو معادلهٔ (I) و (II) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} -12/6 = \frac{-12Q+36}{2C} \\ -3/4 = \frac{-4Q+28}{2C} \xrightarrow{\times(-3)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -12/6 = \frac{-12Q+36}{2C} \\ 10/2 = \frac{12Q-84}{2C} \end{cases}$$

با جمع کردن طرفین دو معادلهٔ بالا با هم، خواهیم داشت:

$$-2/4 = \frac{-48}{2C} \Rightarrow C = \frac{48}{2/4\times2} = 10\mu F$$

با جایگذاری مقدار ظرفیت خازن در یکی از دو معادله، مقدار بار اولیه را به‌دست می‌آوریم.

به عنوان مثال، اگر در معادلهٔ دوم جایگذاری کنیم، خواهیم داشت:

$$-3/4 = \frac{-4Q+28}{20} \Rightarrow -4Q+28 = -68$$

$$\Rightarrow Q = \frac{96}{4} = 24\mu C$$

حال می‌توان خواستهٔ سؤال یعنی انرژی اولیهٔ ذخیره شده در خازن را محاسبه کرد:

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{24^2}{2\times10} = 28/8\mu J$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۵۹ ظرفیت خازن تغییری نمی‌کند و چون اختلاف پتانسیل دو سر خازن افزایش یافته است، بنابراین بار الکتریکی ذخیره شده در آن نیز افزایش می‌یابد. داریم:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow \frac{Q_1}{V_1} = \frac{Q_2}{V_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{V_1} = \frac{Q_1+30}{V_1+7/5}$$

$$\Rightarrow Q_1V_1 + 7/5Q_1 = Q_1V_1 + 30V_1 \Rightarrow \frac{Q_1}{V_1} = 4 \Rightarrow C = 4\mu F$$

از طرف دیگر داریم:

$$U_2 = U_1 + 187/5 \Rightarrow \frac{Q_2^2}{2C} = \frac{Q_1^2}{2C} + 187/5$$

$$\Rightarrow \frac{Q_2^2}{2\times4} = \frac{(Q_2-30)^2}{2\times4} + 187/5 \Rightarrow Q_2 = 40\mu C$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۶۰ چون خازن به مولد متصل است، اختلاف پتانسیل آن ثابت می‌ماند. بنابراین، برای این که انرژی خازن تغییر نکند، باید بنابر رابطهٔ $U=\frac{1}{2}CV^2$، ظرفیت خازن نیز ثابت بماند.

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\xrightarrow{A_1=A_2}\frac{C_2}{C_1}=\frac{\kappa_2}{\kappa_1}\times\frac{d_1}{d_2}\xrightarrow[\kappa_2=1,C_1=C_2]{\kappa_1=2/4,d_1=6\,cm}1=\frac{1}{2/4}\times\frac{6}{d_2}\Rightarrow d_2=2/5\,cm$$

در این حالت با استفاده از رابطهٔ زیر d_2 و به دنبال آن Δd را می‌یابیم. دقت کنید با خارج نمودن دی‌الکتریک از میان صفحات خازن، هوا با ثابت $\kappa=1$ جای آن را می‌گیرد.

بنابراین، باید فاصلهٔ بین دو صفحهٔ خازن را $3/5\,cm$ کم کنیم.

$$\Delta d=d_2-d_1=2/5-6=-3/5\,cm$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۶۱ ابتدا بار الکتریکی هر یک از گوی‌ها را بعد از تماس با هم به دست می‌آوریم. چون گوی‌های‌رسانا مشابه هستند، بار الکتریکی هر یک از آن‌ها یکسان و برابر نصف مجموع بارهای الکتریکی است که گوی‌ها قبل از تماس به هم داشته‌اند. بنابراین داریم:

$$q_1'=q_2'=\frac{q_1+q_2}{2}\xrightarrow[q_2=-6nC]{q_1=4nC}q_1'=q_2'=\frac{4-6}{2}$$

$$\Rightarrow q_1'=q_2'=-1nC$$

اکنون با استفاده از قانون کولن می‌توان نوشت:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{|q_1'|}{|q_1|}\times\frac{|q_2'|}{|q_2|}\times(\frac{r}{r'})^2\xrightarrow[r'=30cm]{r=20cm}\frac{F'}{F}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}\times(\frac{20}{30})^2\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}\times\frac{4}{9}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{1}{54}$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۶۲ چون مثلث متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه است، داریم:

$$\overline{AB}=\overline{AC}=a\Rightarrow \overline{BC}=a\sqrt{2}\Rightarrow \overline{OB}=\overline{OC}=\frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$|q_B|=|q_C| \quad , \quad \overline{OB}=\overline{OC}$$

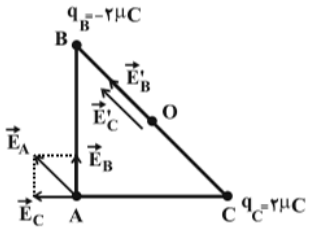
برای نقطهٔ O داریم:

$$\Rightarrow E'_B=E'_C=k\frac{|q_B|}{\overline{OB}^2}=k\frac{|q_B|}{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2}=\frac{2k|q_B|}{a^2} \qquad E_O=E'_B+E'_C=\frac{4k|q_B|}{a^2}$$

برای نقطهٔ A داریم:

$$|q_B|=|q_C| \quad , \quad \overline{AB}=\overline{AC}=a$$

$$\Rightarrow E_B=E_C=k\frac{|q_B|}{\overline{AB}^2}=k\frac{|q_B|}{a^2}$$



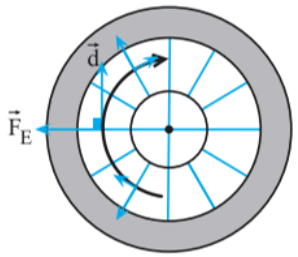
$$\Rightarrow E_A=E_B\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}k|q_B|}{a^2}$$

بنابراین:

$$\Rightarrow \frac{E_O}{E_A}=\frac{\frac{4k|q_B|}{a^2}}{\frac{\sqrt{2}k|q_B|}{a^2}}=2\sqrt{2}$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۶۳ خطوط میدان الکتریکی به صورت شعاعی می‌باشند و جابه‌جایی در هر نقطه ازنیم‌دایره مماس بر مسیر حرکت است و چون شعاع در نقطهٔ تماس بر خط مماس عمود است، پس در هر لحظه جابه‌جایی بر خطوط میدان عمود خواهد بود:



$$W_E=|q|Ed\cos\theta \xrightarrow{\theta=90^\circ,\cos 90^\circ=0} W_E=0$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۶۴ قدم اول: حداکثر اختلاف پتانسیلی که می‌توان در این خازن اعمال کرد، بدون آنکه دچار فروشکست شود برابر است با:

$$E_m = ۵۰\frac{kV}{mm}\times\frac{۱۰^۳ V}{۱kV} = ۵۰\times۱۰^۳\frac{V}{mm}$$
$$d = ۲cm = ۲۰mm$$
$$V_m = E_m d = ۵۰\times۱۰^۳\times۲۰ = ۱۰^۶ V$$

قدم دوم: محاسبهٔ ظرفیت خازن:

$$C = \frac{k\varepsilon_۰ A}{d} = \frac{۲۰\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times۱۰^{-۲}}{۲\times۱۰^{-۲}} = ۹\times۱۰^{-۱۱}F$$

$$\left.\begin{matrix} Q = ne \\ Q = CV \end{matrix}\right\} \Rightarrow n = \frac{CV}{e} = \frac{۹\times۱۰^{-۱۱}\times۱۰^۶}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} = \frac{۹}{۱۶}\times۱۰^{۱۵}$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۶۵ با توجه به جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی (تریبوالکتریک) با مالش پارچهٔ پشمی با پارچهٔ کتانی، پارچهٔ کتانی دارای بار منفی می‌شود. از طرف دیگر، باید بار الکتریکی مضرب صحیحی از بار بنیادی الکترون (e) باشد. بنابراین طبق رابطهٔ $q = \pm ne$، باید نسبت $\frac{q}{e}$ یک عدد صحیح باشد که این مورد در گزینهٔ «۴» صدق می‌کند.

$$n = \frac{q}{e} \xrightarrow[e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C]{q=۷/۲\times۱۰^{-۱۶}mC=۷/۲\times۱۰^{-۱۶}\times۱۰^{-۳}C} n = \frac{۷/۲\times۱۰^{-۱۶}\times۱۰^{-۳}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} = ۴/۵$$

در این‌جا n عدد صحیح نیست، لذا گزینه‌های «۱» و «۲» حذف می‌شوند.

$$n = \frac{q}{e} \xrightarrow[e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C]{q=۱/۴۴\times۱۰^{-۲۴}MC=۱/۴۴\times۱۰^{-۲۴}\times۱۰^۶C} n = \frac{۱/۴۴\times۱۰^{-۲۴}\times۱۰^۶}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} = ۹$$

چون n عدد صحیح است، بار الکتریکی پارچهٔ کتانی $-۱/۴۴\times۱۰^{-۲۴}MC$ است.

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۶۶ می‌دانیم پس از تماس دو کرهٔ فلزی مشابه به یکدیگر، بارهای الکتریکی آن‌ها هم‌نوع و بار هرکدام برابر نصف مجموع بارهایی است که قبل از تماس با یکدیگر داشته‌اند.

بنابراین، ابتدا بارهای الکتریکی بعد از تماس دوکره را می‌یابیم:

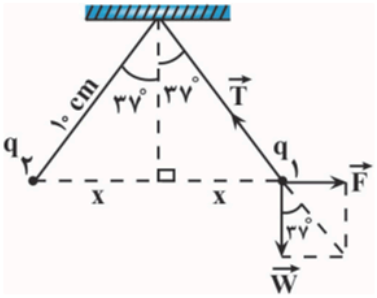
$$q'_۱ = q'_۲ = \frac{q_۱ + q_۲}{۲} \xrightarrow{q_۱=۴\mu C,\ q_۲=-۱۶\mu C} q'_۱ = q'_۲ = \frac{۴+(-۱۶)}{۲} = -۶\mu C$$

اکنون، با استفاده از قانون کولن نیروی بعد از تماس بین کره‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$F = K\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_۱|}{|q_۱|}\times\frac{|q'_۲|}{|q_۲|}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^۲ \xrightarrow{r'=r-\frac{۱}{۴}r=\frac{۳}{۴}r} \frac{F'}{F} = \frac{۶}{۴}\times\frac{۶}{۱۶}\times\left(\frac{r}{\frac{۳}{۴}r}\right)^۲ = \frac{۶\times۶\times۱۶}{۴\times۱۶\times۹} = ۱ \Rightarrow F' = F$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۶۷ بر هر گلولهٔ آونگ نیروهای وزن، کشش نخ و الکتریکی وارد می‌شود. چون گلوله‌ها در حال تعادل‌اند، با توجه به شکل می‌توان نوشت:



$$\sin 37^\circ = \frac{x}{10} \xrightarrow{\sin 37^\circ = 0/6} \frac{6}{10} = \frac{x}{10} \Rightarrow x = 6cm \quad \tan 37^\circ = \frac{F}{W} \xrightarrow[\tan 37^\circ = \frac{3}{4}]{W=mg} \frac{3}{4} = \frac{F}{mg} \Rightarrow F = \frac{3}{4}mg \xrightarrow{F=K\frac{|q_1||q_2|}{r^2}}$$

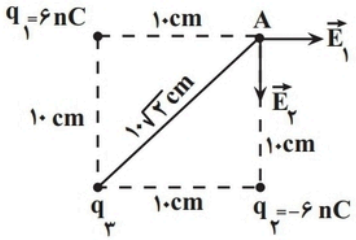
$$K\frac{|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{3}{4}mg \xrightarrow[r=2x=2\times 6=12cm=12\times 10^{-2}m]{|q_1|=|q_2|,\ m=30g=30\times 10^{-3}kg} \frac{9\times 10^9\times (q_1)^2}{144\times 10^{-4}} = \frac{3}{4}\times 30\times 10^{-3}\times 10 \Rightarrow (q_1)^2 = 36\times 10^{-14}$$

$$|q_1| = 6\times 10^{-7}C = 0/6\times 10^{-6}C \Rightarrow |q_1| = 0/6\mu C$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۶۸ ابتدا اندازه و جهت میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_2 را می‌یابیم:



$$E_1=\frac{K|q_1|}{r_1^2}\Rightarrow E_1=\frac{9\times10^9\times6\times10^{-9}}{(0/1)^2}=5400\frac{N}{C}\Rightarrow\vec{E}_1=(5400\frac{N}{C})\vec{i}\ \begin{cases}|q_1|=|q_2|\\ r_1=r_2\end{cases}\Rightarrow E_2=E_1=5400\frac{N}{C}\Rightarrow\vec{E}_2=(-5400\frac{N}{C})\vec{j}$$

از طرف دیگر، برای میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A که برابر مجموع میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای q_1، q_2 و q_3 است، داریم:

$$\vec{E}_1+\vec{E}_2+\vec{E}_3=\vec{E}_{کل}\xrightarrow{\vec{E}_{کل}=(-10800\frac{N}{C})\vec{j}}(5400\frac{N}{C})\vec{i}+(-5400\frac{N}{C})\vec{j}+\vec{E}_3=(-10800\frac{N}{C})\vec{j}$$

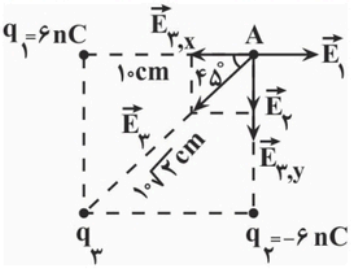
$$\Rightarrow\vec{E}_3=(-5400\frac{N}{C})\vec{i}+(-5400\frac{N}{C})\vec{j}\Rightarrow q_3<0$$

اکنون اندازهٔ میدان الکتریکی $\vec{F}_3$ را می‌یابیم و به دنبال آن q_3 را حساب می‌کنیم. دقت کنید، چون مؤلفه‌های $\vec{E}_{3,x}$ و $\vec{E}_{3,y}$ هر دو منفی‌اند، باید بار q_3 منفی باشد.

$$E_3^2=E_{3x}^2+E_{3y}^2\Rightarrow E_3^2=(-5400)^2+(-5400)^2\Rightarrow E_3=5400\sqrt{2}\frac{N}{C}\quad E_3=K\frac{|q_3|}{r_3^2}\xrightarrow{r_3=10\sqrt{2}cm=0/1\sqrt{2}m}$$

$$5400\sqrt{2}=9\times10^9\times\frac{|q_3|}{0/01\times2}\Rightarrow|q_3|=12\sqrt{2}\times10^{-9}C=12\sqrt{2}nC\xrightarrow{q_3<0}q_3=-12\sqrt{2}nC$$

روش دوم: چون میدان الکتریکی خالص در راستای محور y است، بنابراین میدان خالص در راستای محور x صفر می‌باشد. در این حالت می‌توان نوشت:



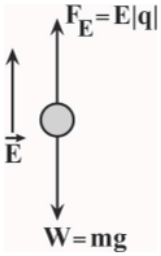
$$E_{3,x}=E_1\Rightarrow E_3\cos45^\circ=E_1\Rightarrow K\frac{|q_3|}{r_3^2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=K\frac{|q_1|}{r_1^2}\quad\frac{|q_3|}{(10\sqrt{2})^2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{6}{100}\Rightarrow\frac{|q_3|\times\sqrt{2}}{400}=\frac{6}{100}\Rightarrow|q_3|=\frac{24}{\sqrt{2}}\xrightarrow{q_3<0}$$

$$q_3=-12\sqrt{2}nC$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۶۹ در حالت اول که ذره در حال تعادل است برایند نیروهای میدان و گرانش برابر صفر است. انرژی جنبشی ذره در لحظهٔ برخورد به زمین برابر با انرژی پتانسیل گرانش آن در حالت اول است:

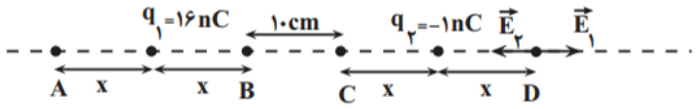


$$K_{max}=U_{max}\xrightarrow[U_{max}=mgh_{max},h_{max}=۳۰cm=۰/۳m]{K_{max}=۳۶mJ=۳۶\times۱۰^{-۳}J,mg=W} W=\frac{۳۶\times۱۰^{-۳}}{۰/۳}=۰/۱۲N \xrightarrow[F_E=E|q|]{W=F_E,|q|=۰/۸mC=۸\times۱۰^{-۴}C}$$

$$۰/۱۲=۸\times۱۰^{-۴}\times E\Rightarrow E=\frac{۱۲۰۰}{۸}=۱۵۰\frac{N}{C}$$

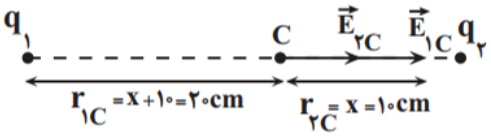
(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۷۰ می‌دانیم، اگر دو بار الکتریکی هم‌نام باشند، در نقطه‌ای بین دو بار و روی خط واصل آن‌ها و نزدیک بار با اندازهٔ کوچکتر میدان الکتریکی خالص صفر می‌شود و اگر بارها ناهمنام باشند، نقطهٔ مورد نظر خارج از فاصلهٔ بین دو بار و روی امتداد خط واصل آنها و نزدیک بار با اندازهٔ کوچکتر است. در این‌جا چون بارها ناهمنام‌اند، در نقطهٔ D میدان الکتریکی خالص صفر می‌شود. بنابراین، گزینه‌های «۱» و «۳» حذف خواهند شد. برای محاسبهٔ میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ C، مطابق شکل زیر، ابتدا فاصلهٔ بارهای $q_۱$ و $q_۲$ تا نقطهٔ C را می‌یابیم:



$$\vec{E}_{۱D}+\vec{E}_{۲D}=۰\Rightarrow \vec{E}_{۱D}=-\vec{E}_{۲D}\Rightarrow |E_۱|=|E_۲|$$

$$E=K\frac{|q|}{r^۲}\rightarrow K\frac{|q_۱|}{r_۱^۲}=K\frac{|q_۲|}{r_۲^۲}\xrightarrow{r_۱=۳x+۱۰,\ r_۲=x}\frac{۱۶}{(۳x+۱۰)^۲}=\frac{۱}{x^۲}\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}}\frac{۴}{۳x+۱۰}=\frac{۱}{x}\Rightarrow ۴x=۳x+۱۰\Rightarrow x=۱۰cm$$

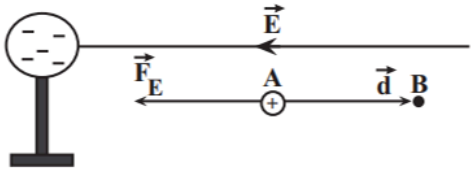


$$E_C=E_{۱C}+E_{۲C}=K\frac{|q_۱|}{r_{۱C}^۲}+K\frac{|q_۲|}{r_{۲C}^۲}$$

$$\xrightarrow[|q_۱|=۱۶\times۱۰^{-۹}C,|q_۲|=۱\times۱۰^{-۹}C]{r_{۱C}=۰/۲m,r_{۲C}=۰/۱m} E_C=\frac{۹\times۱۰^۹\times۱۶\times۱۰^{-۹}}{۰/۰۴}+\frac{۹\times۱۰^۹\times۱\times۱۰^{-۹}}{۰/۰۱}=۳۶۰۰+۹۰۰=۴۵۰۰\frac{N}{C}$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۷۱ با توجه به شکل، چون بار الکتریکی کره منفی است، جهت میدان الکتریکی به طرف چپ (از نقطهٔ B به طرف نقطهٔ A) می‌باشد؛ بنابراین، با توجه به این‌که جابه‌جایی ذرهٔ باردار از نقطهٔ A به طرف نقطهٔ B (به طرف راست) است، زاویهٔ بین نیروی الکتریکی $(\vec{F}_E)$ و جابه‌جایی $(\vec{d})$ برابر $\theta=۱۸۰^\circ$ خواهد بود. در این حالت، طبق رابطهٔ $W=(F\cos\theta)d$، کار نیروی الکتریکی منفی است. از طرف دیگر، چون $\Delta U=-W_E$ می‌باشد و $W_E<۰$ است، لذا $\Delta U>۰$ خواهد بود. یعنی انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد. دقت کنید، بر بار مثبت در جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود.



(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

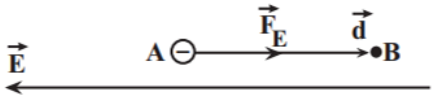
۲۷۲ طبق قضیهٔ کار – انرژی جنبشی، کار برایند نیروها برابر تغییر انرژی جنبشی است. لذا داریم:

$$W_E = \Delta k \Rightarrow W_E = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

از طرف دیگر، کار میدان الکتریکی برابر است با:

$$W_E = |q|Ed\cos\theta$$

با توجه به شکل، نیروی وارد بر بار الکتریکی منفی، خلاف جهت میدان الکتریکی است. بنابراین زاویهٔ بین بردارهای نیرو و جابه‌جایی صفر درجه می‌باشد و لذا داریم:

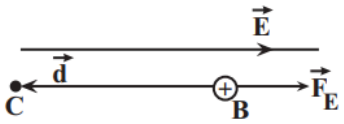


$$W_E = \Delta k \Rightarrow |q|Ed\cos\theta = \frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2) \xrightarrow[V_1=0, d=20cm=0/2m, E=4\times10^5\frac{N}{C}]{|q|=1/6\times10^{-19}C, m=1/6\times10^{-27}kg, \theta=0}$$

$$1/6\times10^{-19}\times4\times10^5\times0/2\times\cos(0^\circ) = \frac{1}{2}\times1/6\times10^{-27}\times(V_2^2 - 0) \Rightarrow V_2^2 = 16\times10^{12} \Rightarrow V_2 = 4\times10^6\frac{m}{s}$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۷۳ در مسیرهای AB و CD، میدان الکتریکی بر جابه‌جایی عمود است، بنابراین، در این مسیرها کار میدان الکتریکی و تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی برای بار q، برابر صفر است.



برای محاسبهٔ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی (ΔU) در مسیر BC داریم:

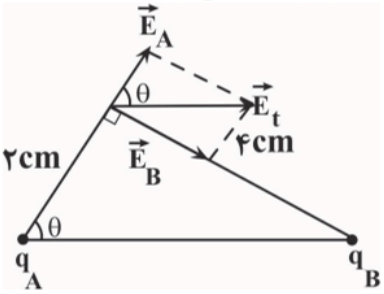
$$\Delta U = -W_E = -|q|Ed\cos\theta \xrightarrow[E=4\times10^6\frac{N}{C}, \theta=180^\circ]{|q|=6\times10^{-6}C, d=10cm=0/1m} \Delta U = -6\times10^{-6}\times4\times10^6\times0/1\times\cos180^\circ \Rightarrow \Delta U = -2/4\times(-1) = 2/4J$$

دقت کنید، چون نیروی وارد بر بار مثبت هم جهت با میدان الکتریکی است، زاویهٔ بین بردار جابه‌جایی و نیرو ۱۸۰ درجه می‌باشد؛ در نتیجه، کار میدان منفی و انرژی پتانسیل الکتریکی بار افزایش پیدا می‌کند.

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۷۴ مطابق شکل و با توجه به جهت میدان‌های الکتریکی بارهای q_A و q_B ناهم‌نام‌اند. با توجه به شکل نسبت بارها را به‌دست می‌آوریم:



$$\tan\theta=\frac{E_B}{E_A}=\frac{\frac{|q_B|}{۴^۲}}{\frac{|q_A|}{۲^۲}}\xrightarrow{\tan\theta=\frac{۴}{۲}}۲=\frac{|q_B|}{|q_A|}\times\frac{۱}{۴}\Rightarrow\frac{|q_B|}{|q_A|}=۸\xrightarrow{q_Aq_B<۰}q_B=-۸q_A$$

$$\Rightarrow E_t=\frac{E_B}{\sin\theta}\xrightarrow{\sin\theta=\frac{۴}{\sqrt{۲^۲+۴^۲}}=\frac{۴}{\sqrt{۲۰}}=\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}}E_t=\frac{\sqrt{۵}}{۲}E_B\quad I$$

وقتی دو گوی را با هم تماس می‌دهیم بار دو گوی با هم برابر می‌شود:

$$q'_A=q'_B=\frac{q_B+q_A}{۲}\xrightarrow{q_B=-۸q_A}q'_A=q'_B=\frac{-۷}{۲}q_A\xrightarrow[q'_B=q'_A]{E=K\frac{q}{r^۲}}\frac{E'_A}{E'_B}=(\frac{۴}{۲})^۲\Rightarrow E'_A=۴E'_B$$

در حالت دوم: میدان‌ها بر هم عمودند و (E'_B) میدان برایند برابر است با:

$$E'_t=\sqrt{E'^۲_A+E'^۲_B}\xrightarrow{E'_A=۴E'_B}E'_t=\sqrt{۱۷}E'_B\quad II$$

$$I,II\Rightarrow\frac{E'_t}{E_t}=\frac{\sqrt{۱۷}}{\frac{\sqrt{۵}}{۲}}\times\frac{E'_B}{E_B}\xrightarrow[q_B=-۸q_A]{q'_B=\frac{-۷}{۲}q_A}\Rightarrow\frac{E'_t}{E_t}=۲\sqrt{\frac{۱۷}{۵}\frac{۷}{۸}}=\frac{۷}{۸}\sqrt{\frac{۱۷}{۵}}$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۷۵ بار اولیه کره را $+q$ در نظر می‌گیریم، طبق رابطهٔ $q=\pm ne$ تعداد $۱/۲۵\times۱۰^{۱۴}$ الکترون معادل $۲۰\mu C$ بار الکتریکی است.

$$(+q)+(-۲۰\mu C)=-q\Rightarrow q=+۱۰\mu C$$

همچنین ۵×۱۰^{۱۴} الکترون معادل $۸۰\mu C$ بار الکتریکی است. بنابراین با گرفتن الکترون، بار کره $+۸۰\mu C$ اضافه می‌شود یعنی:

$$(+۱۰\mu C)+(+۸۰\mu C)=+۹۰\mu C$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۷۶ طبق رابطه $q=\pm ne$، $۱۰^{۱۴}$ الکترون معادل $۱۶\mu C$ بار الکتریکی است. پس بار کرهٔ B برابر است با:

$$-۲۰\mu C+۱۶\mu C=-۴\mu C$$

و طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، بار هر دو کره A و B برابر $-۴\mu C$ خواهد شد. با قرار دادن کلید $K_۲$ در وضعیت ۲، بار کره B خنثی می‌شود. و در نهایت با قرار دادن $K_۲$ در وضعیت ۱، بار کره B و C برابر $+۱۵\mu C$ خواهد شد پس بار نهایی A، B و C به ترتیب برابر $-۴\mu C$ و $+۱۵\mu C$ و $+۱۵\mu C$ خواهد شد.

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۷۷ ابتدا با استفاده از قانون کولن، نیروی الکتریکی بین دو ذره باردار q_1 و q_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{12}=\frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2}=\frac{(9\times10^9)(2\times10^{-6})(3\times10^{-6})}{9\times10^{-4}}=60N$$

جهت نیروی $\vec{F}_{12}$ هم به‌صورت مقابل است: $q_1 \longrightarrow \vec{F}_{12} \longrightarrow q_2$

با توجه به اینکه برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 برابر با ۸۰ نیوتون است، نیروی وارده از طرف بار q_3 به q_2 می‌تواند ۲۰ نیوتون و هم‌جهت با $\vec{F}_{12}$ باشد و یا اینکه برابر با ۱۴۰ نیوتون و خلاف جهت $\vec{F}_{12}$ باشد. از آنجایی‌که با قرینه دادن بار q_3، اندازهٔ برآیند نیروهای وارد بر بار q_2، برابر با ۲۰۰ نیوتون شده است، می‌توان نتیجه گرفت که نیروی وارده از طرف q_3 به q_2 برابر با ۱۴۰ نیوتون و خلاف جهت $\vec{F}_{12}$ بوده است پس علامت q_3، مثبت بوده و اندازهٔ آن با استفاده از قانون کولن به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$F_{32}=\frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2}\rightarrow140=\frac{(9\times10^9)(3\times10^{-6})|q_3|}{81\times10^{-4}}\Rightarrow q_3=+42\mu C$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۷۸ ابتدا با استفاده از رابطهٔ $r=\sqrt{x^2+y^2}$، فاصلهٔ ذرات باردار q_1، q_2 و q_3 را از مبدأ مختصات به‌دست می‌آوریم:

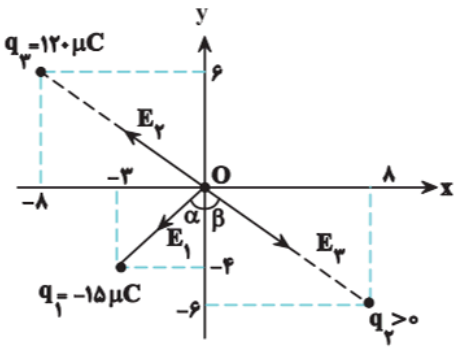
$$r_1=\sqrt{(-3)^2+(-4)^2}=5cm\ ,\ r_2=\sqrt{8^2+(-6)^2}=10cm\quad r_3=\sqrt{(-8)^2+6^2}=10cm$$

پس با توجه به رابطهٔ میدان الکتریکی ذره باردار می‌توان نوشت:

$$E_1=\frac{k|q_1|}{r_1^2}=\frac{(9\times10^9)(15\times10^{-6})}{25\times10^{-4}}=5/4\times10^7\frac{N}{C}$$

$$E_3=\frac{k|q_3|}{r_3^2}=\frac{(9\times10^9)(120\times10^{-6})}{10^{-2}}=10/8\times10^7\frac{N}{C}$$

همچنین مطابق با شکل زیر داریم:



$$\sin\alpha=0/6\rightarrow\alpha=37^\circ$$

,

$$\sin\beta=0/8\rightarrow\beta=53^\circ$$

$$r_{12}=\sqrt{r_1^2+r_2^2}=5\sqrt{5}cm$$

اگر برآیند میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای q_2 و q_3 را با $E_{2,3}$ نشان دهیم، خواهیم داشت: $E_0=\sqrt{E_1^2+E_{2,3}^2}$

$$\left.\begin{array}{l}E_0=9\times10^7\frac{N}{C}\\E_1=5/4\times10^7\frac{N}{C}\end{array}\right\}>9\times10^7=\sqrt{(5/4\times10^7)^2+E_{2,3}^2}\rightarrow E_{2,3}=7/2\times10^7\frac{N}{C}$$

پس می‌توان نتیجه گرفت که میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 برابر با $E_2=3/6\times10^7\frac{N}{C}$ است. پس:

$$E_2=\frac{k|q_2|}{r_2^2}\rightarrow3/6\times10^7=\frac{9\times10^9|q_2|}{10^{-2}}\rightarrow|q_2|=40\mu C$$

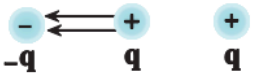
و در نهایت با استفاده از رابطهٔ قانون کولن، اندازهٔ نیروی الکتریکی بین دو ذره باردار q_1 و q_2 را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

$$F_{12}=\frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2}\rightarrow F=\frac{(9\times10^9)(15\times10^{-6})(40\times10^{-6})}{125\times10^{-4}}=432(N)$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۷۹

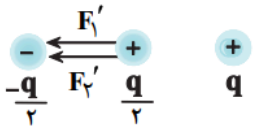


بنابراین نیروی F برابر خواهد شد با :

$$F_2 = F_1 = \frac{k q_1 q_2}{r^2} = \frac{kq^2}{r^2} \quad F = F_1 + F_2 = \frac{2kq^2}{r^2}$$

حالت دوم:

با برداشتن نصف بار منفی بار آن به $\frac{q}{2}$ رسیده و گذاشتن این بار بر روی بار میانی آن به $+\frac{q}{2}$ می‌رسد.



پس می‌توان نیروی بین بارها را در این حالت مورد بررسی قرار داد.

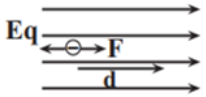
$$\left.\begin{aligned} F_1' &= \frac{kq_1'q_2'}{r^2} = \frac{k\frac{q}{2}\frac{q}{2}}{r^2} = \frac{kq^2}{4r^2} \\ F_2' &= \frac{kq_2'q_3'}{r^2} = \frac{kq\frac{q}{2}}{r^2} = \frac{kq^2}{2r^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow F' = F_1' + F_2' = \frac{3kq^2}{4r^2}$$

در نهایت:

$$\frac{F'}{F} = \frac{\frac{3kq^2}{4r^2}}{\frac{2kq^2}{r^2}} = \frac{3}{8}$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۸۰



$$E = 2\times10^4 \frac{N}{C}$$

$$v = \text{ثابت} \Rightarrow a = 0 \Rightarrow F = Eq = 2\times10^4 \times 4\times10^{-6} = 8\times10^{-2} N$$

$$W_F = Fd = 8\times10^{-2} \times \frac{50}{100} = 4\times10^{-2} j \quad W_E = -Eqd = -4\times10^{-2} j \quad \Delta U_E = -W_E = 4\times10^{-2} j$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۸۱

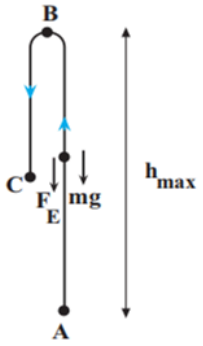
طبق رابطه تعریف میدان الکتریکی داریم:

$$E = \frac{F}{q} = \frac{2/5}{5\times10^{-6}} = 5\times10^5 \frac{N}{C}$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۸۲ چون $q<0$ است و جهت میدان به سمت بالاست، بنابراین نیروی وارد بر بار از طرف میدان به سمت پایین است. با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی حداکثر ارتفاع بار را از نقطهٔ پرتاب به‌دست می‌آوریم:



$$K_B-K_A=W_t \xrightarrow[W_t=W_{mg}+W_E]{K_B=0} 0-\frac{1}{2}mv_A^2=-(mg+E|q|)h_{max}$$

$$\xrightarrow[g=10\frac{N}{kg},q=-5\mu C=-5\times10^{-6}C,v_A=6\frac{m}{s}]{m=2g=2\times10^{-3}kg,E=2000\frac{N}{C}} -\frac{1}{2}\times2\times10^{-3}\times6^2=-(2\times10^{-2}+2000\times5\times10^{-6})h_{max}$$

$$\Rightarrow 36\times10^{-3}=3\times10^{-2}h_{max} \qquad h_{max}=1/2m$$

فاصلهٔ $\overline{BC}$ برابر است با:

$$\ell=\overline{AB}+\overline{BC}\Rightarrow 2=\overline{BC}+1/2$$

با توجه به مسافت طی شده:

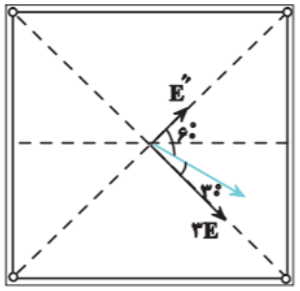
$$\Rightarrow \overline{BC}=0/8m \Rightarrow \overline{AC}=1/2-0/8=0/4m$$

اختلاف ارتفاع نقطهٔ نهایی و اولیّه برابر $0/4m$ است چون بار $q<0$ در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شده است، بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش یافته است.

$$\Delta U_E=E|q|\overline{AC} \xrightarrow[E=2000\frac{N}{C},|q|=5\mu C=5\times10^{-6}C]{\overline{AC}=0/4m} \Delta U_E=2000\times5\times10^{-6}\times0/4=4\times10^{-3}J$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۸۳ میدان الکتریکی هر باری که در رئوس مربع قرار دارد، در مرکز آن در راستای قطر مربع است. اگر میدان ناشی از بار q در مرکز مربع را E در نظر بگیریم در این صورت با توجه به جهت میدان برایند در مرکز مربع داریم:



$$\tan30^\circ=\frac{E''}{3E} \xrightarrow{\tan30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}} \frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{E''}{3E}\Rightarrow E''=\sqrt{3}E \xrightarrow{E''=E'-E} E'=(\sqrt{3}+1)E$$

با توجه به جهت $\vec{E}$ و $\vec{E}'$ بنابراین q' و q هم‌نام‌اند. پس داریم:

$$\frac{E'}{E}=\frac{|q'|}{|q|}=\sqrt{3}+1 \xrightarrow{qq'>0} \frac{q'}{q}=(\sqrt{3}+1)$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۸۴ چون گوی‌ها مشابه‌اند، بنابراین، پس از تماس با یکدیگر بار هر کدام برابر می‌شود.

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{۲} = \frac{-۳}{۲} q_A$$

اکنون مطابق قانون کولن نسبت نیروی الکتریکی دو بار در حالت دوم به حالت اول را به‌دست می‌آوریم.

$$F = \frac{K|q_۱||q_۲|}{r^۲} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{\frac{۳}{۲}|q_A| \times \frac{۳}{۲}|q_A|}{۴|q_A| \times |q_A|} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{۹}{۱۶}$$

در حالت اول نیروی بین دو بار از جنس جاذبه است و در حالت دوم نیروی بین دو بار دافعه است. بنابراین جهت نیروی وارد بر گوی B از طرف گوی A عکس می‌شود.

$$\vec{F}'_{AB} = \frac{-۹}{۱۶}\vec{F}_{AB} \xrightarrow{\vec{F}_{AB} = ۴\vec{i} - ۸\vec{j}} \vec{F}'_{AB} = \frac{-۹}{۱۶}(۴\vec{i} - ۸\vec{j}) = \frac{-۹}{۴}\vec{i} + \frac{۹}{۲}\vec{j}$$

بنابراین نیرویی که گوی B به گوی A وارد می‌کند در حالت جدید برابر است با:

$$\vec{F}'_{BA} = -\vec{F}'_{AB} \Rightarrow \vec{F}'_{BA} = \frac{۹}{۴}\vec{i} - \frac{۹}{۲}\vec{j}$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۸۵ با داشتن $Q_۱$ و $V_۱$، ابتدا ظرفیت خازن را که مقدار ثابتی است، می‌یابیم:

$$C = \frac{Q_۱}{V_۱} \xrightarrow[V_۱ = ۱۲V]{Q_۱ = ۳۶\mu C} C = \frac{۳۶}{۱۲} = ۳\mu F$$

اکنون، با داشتن C و $V_۲$، انرژی ذخیره شده در حالت دوم را حساب می‌کنیم:

$$U_۲ = \frac{۱}{۲}CV_۲^۲ \xrightarrow[C = ۳\mu F]{V_۲ = ۶V} U_۲ = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۳۶ = ۵۴\mu J$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۸۶ با استفاده از رابطهٔ $U = \frac{۱}{۲}CV^۲$ و باتوجه به این‌که $V_۲ = V_۱ + ۱$ و $U_۲ = U_۱ + ۴ \times ۱۰^{-۵} J$ است، ابتدا $V_۱$ را به‌صورت زیر می‌یابیم:

$$U_۲ - U_۱ = ۴ \times ۱۰^{-۵} \xrightarrow{U = \frac{۱}{۲}CV^۲} \frac{۱}{۲}CV_۲^۲ - \frac{۱}{۲}CV_۱^۲ = ۴ \times ۱۰^{-۵}$$

$$\frac{۱}{۲}C(V_۲^۲ - V_۱^۲) = ۴ \times ۱۰^{-۵} \xrightarrow{C = ۴ \times ۱۰^{-۶} F} \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۱۰^{-۶} \times (V_۲^۲ - V_۱^۲) = ۴ \times ۱۰^{-۵} \Rightarrow V_۲^۲ - V_۱^۲ = ۲۰ \xrightarrow{V_۲ = V_۱ + ۱} (V_۱ + ۱)^۲ - V_۱^۲ = ۲۰$$

$$V_۱^۲ + ۲V_۱ + ۱ - V_۱^۲ = ۲۰ \Rightarrow ۲V_۱ + ۱ = ۲۰ \Rightarrow V_۱ = ۹/۵V$$

اکنون با داشتن $V_۱$ و C، بار الکتریکی اولیهٔ خازن را پیدا می‌کنیم:

$$Q_۱ = CV_۱ \xrightarrow[V_۱ = ۹/۵V]{C_۱ = ۴\mu F} Q_۱ = ۴ \times ۹/۵ = ۳۸\mu C$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۸۷ چون خازن را از باتری جدا نموده‌ایم، بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند. از طرف دیگر، بنا به رابطهٔ $C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$، با نصف کردن فاصلهٔ بین دو صفحهٔ خازن، ظرفیت آن دو برابر می‌شود.

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\xrightarrow{A=\text{ثابت}}\frac{C_2}{C_1}=\frac{d_1}{d_2}\xrightarrow{d_2=\frac{1}{2}d_1}\frac{C_2}{C_1}=\frac{d_1}{\frac{1}{2}d_1}\Rightarrow C_2=2C_1$$

با مشخص شدن وضعیت Q و C به بررسی هر یک از موارد زیر می‌پردازیم:

آ) درست است. بنا به رابطهٔ $C=\frac{Q}{V}$، چون Q ثابت است، با دو برابر شدن ظرفیت خازن، اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های آن نصف می‌شود.

$$V=\frac{Q}{C}\xrightarrow{Q=\text{ثابت}}\Rightarrow\frac{V_2}{V_1}=\frac{C_1}{C_2}\Rightarrow\frac{V_2}{V_1}=\frac{C_1}{2C_1}\Rightarrow V_2=\frac{1}{2}V_1$$

ب) نادرست است. بنا به رابطهٔ $E=\frac{V}{d}$ داریم:

$$\frac{E_2}{E_1}=\frac{V_2}{V_1}\times\frac{d_1}{d_2}\Rightarrow\frac{E_2}{E_1}=\frac{\frac{1}{2}V_1}{V_1}\times\frac{d_1}{\frac{1}{2}d_1}\Rightarrow E_2=E_1$$

یا می‌توان گفت، بنا به رابطهٔ $E=\frac{Q}{\kappa\varepsilon_0 A}$، چون Q و A ثابت‌اند، E نیز ثابت می‌ماند.

پ) درست است.

ت) نادرست است. بار الکتریکی خازن ثابت می‌ماند.

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۸۸ می‌دانیم اگر یک خازن را پر کرده و از باتری جدا کنیم، بار الکتریکی ذخیره شده در آن ثابت می‌ماند. بنابراین، برای مقایسهٔ ظرفیت خازن طبق داده‌های سوال می‌توان نوشت:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}=\frac{\kappa_2}{\kappa_1}\times\frac{A_2}{A_1}\times\frac{d_1}{d_2}\xrightarrow[A_2=2A_1,d_2=d_1]{\kappa_2=\frac{3}{2},\kappa_1=1}\frac{C_2}{C_1}=\frac{\frac{3}{2}}{1}\times\frac{2A_1}{A_1}\times 1=3$$

می‌بینیم، ظرفیت خازن ۳ برابر می‌شود. برای بررسی میدان الکتریکی، ابتدا اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ خازن را بررسی می‌کنیم:

$$V=\frac{Q}{C}\xrightarrow{Q=\text{ثابت}}\frac{V_2}{V_1}=\frac{C_1}{C_2}\xrightarrow{C_2=3C_1}\frac{V_2}{V_1}=\frac{C_1}{3C_1}=\frac{1}{3}$$

در آخر برای میدان الکتریکی میان صفحات خازن می‌توان نوشت:

$$E=\frac{V}{d}\xrightarrow{d=\text{ثابت}}\frac{E_2}{E_1}=\frac{V_2}{V_1}\Rightarrow\frac{E_2}{E_1}=\frac{1}{3}$$

برای بررسی میدان الکتریکی میان صفحات خازن، بدون بررسی اختلاف پتانسیل الکتریکی، می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کنیم:

$$E=\frac{Q}{\kappa\varepsilon_0 A}\xrightarrow{Q=\text{ثابت}}\frac{E_2}{E_1}=\frac{\kappa_1}{\kappa_2}\times\frac{A_1}{A_2}=\frac{1}{\frac{3}{2}}\times\frac{A_1}{2A_1}=\frac{1}{3}$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۸۹ چون U ، Q و V معلوم‌اند، ابتدا با استفاده از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}QV$ بار Q را می‌یابیم. با توجه به داده‌های سوال داریم:

$$U_2=U_1+12mJ \xrightarrow{U=\frac{1}{2}QV} \frac{1}{2}Q_2V_2=\frac{1}{2}Q_1V_1+12\times10^{-3}J \xrightarrow[Q_1=Q,Q_2=3Q]{V_2=90V,V_1=30V} \frac{1}{2}\times3Q\times90-\frac{1}{2}\times Q\times30=12\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow 135Q-15Q=12\times10^{-3}\Rightarrow 120Q=12\times10^{-3}\Rightarrow Q=10^{-4}C \xrightarrow{1C=10^{6}\mu C} Q=10^{-4}\times10^{6}\mu C=100\mu C$$

اکنون اختلاف بار الکتریکی ذخیره شده در دو مدار را پیدا می‌کنیم:

$$Q_2-Q_1=3Q-Q=2Q\Rightarrow Q_2-Q_1=2\times100=200\mu C$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۹۰ ابتدا ظرفیت خازن را می‌یابیم:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d} \xrightarrow[A=10^{-4}mm^2=10^{-4}\times10^{-6}m^2,\varepsilon_0=9\times10^{-12}\frac{F}{m}]{\kappa=3/2,d=10nm=10\times10^{-9}m=10^{-8}m} C=3/2\times9\times10^{-12}\times\frac{10^{-4}\times10^{-6}}{10^{-8}}=3/2\times9\times10^{-14}F$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ $Q=CV$ و با توجه به این‌که $Q=ne$ است، تعداد یون‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$Q=CV\Rightarrow ne=CV \xrightarrow[e=1/6\times10^{-19}C]{V=80mV=80\times10^{-3}V} n\times1/6\times10^{-19}=3/2\times9\times10^{-14}\times80\times10^{-3}\Rightarrow n=144000$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۹۱ چون ذرهٔ باردار در حال تعادل است، بر این ذره نیروی وزن رو به پایین و نیروی الکتریکی، (هم اندازه با نیروی وزن)، رو به بالا وارد می‌شود. بنابراین، با توجه به این‌که بار ذره منفی می‌باشد و بر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود، لذا باید جهت میدان الکتریکی به طرف پایین باشد. یعنی، صفحه بالایی خازن دارای بار مثبت است. اگر بار صفحات خازن را در حالت اول Q فرض کنیم، میدان الکتریکی بین دو صفحه در این حالت برابر $E=\frac{Q}{\kappa\varepsilon_0A}$ بود. بنابراین، با استفاده از شرط تعادل ذرهٔ باردار می‌توان نوشت:

$$F_E=mg \xrightarrow{F_E=|q|E} |q|E=mg \xrightarrow{E=\frac{Q}{\kappa\varepsilon_0A}} \frac{|q|Q}{\varepsilon_0A}=mg$$

در حالت دوم که $+12\mu C$ بار الکتریکی از صفحهٔ بالایی (صفحهٔ مثبت) به صفحهٔ پایینی (صفحهٔ منفی) منتقل می‌کنیم، بار هریک از صفحات خازن $Q'=Q-12\mu C=Q-12\times10^{-6}C$ خواهد شد. در این حالت، میدان الکتریکی میان صفحات خازن برابر $E'=\frac{Q'}{\varepsilon_0A}=\frac{(Q-12)\times10^{-6}C}{\varepsilon_0A}$ و کاهش می‌یابد، لذا $F'_E<mg$ می‌شود و ذره به طرف پایین شتاب می‌گیرد. برای محاسبهٔ شتاب ذره، با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{net}=ma\Rightarrow mg-F'_E=ma \xrightarrow{F'_E=|q|E'} mg-|q|E'=ma \Rightarrow mg-\frac{|q|((Q-12)\times10^{-6})}{\varepsilon_0A}=ma \xrightarrow{mg=\frac{|q|Q}{\varepsilon_0A}}$$

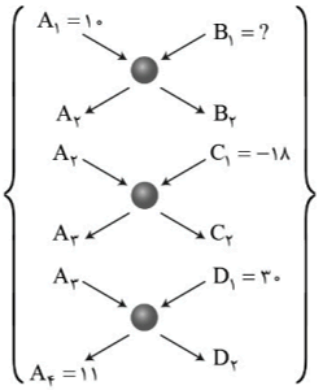
$$\frac{|q|Q}{\varepsilon_0A}-\frac{|q|((Q-12)\times10^{-6})}{\varepsilon_0A}=ma\Rightarrow\frac{|q|Q-|q|Q+12\times10^{-6}|q|}{\varepsilon_0A}=ma\Rightarrow a=\frac{12\times10^{-6}|q|}{\varepsilon_0Am}$$

$$\xrightarrow[m=10g=10\times10^{-3}kg,A=4\times10^{-4}m^2]{|q|=36pC=36\times10^{-12}C,\varepsilon_0=9\times10^{-12}\frac{F}{m}} a=\frac{12\times10^{-6}\times36\times10^{-12}}{9\times10^{-12}\times4\times10^{-4}\times10\times10^{-3}}=12\frac{m}{s^2}$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۹۲ بار دو کره پس از تماس با یکدیگر برابر خواهد بود و بنابر قانون پایستگی بار مجموع بار دو کره قبل و بعد از تماس باید یکسان بماند. در نتیجه مجموع بار دو کره دو برابر بار کره‌ها پس از تماس است از آخر به اول حرکت می‌کنیم.



$$A_۴ = D_۲ = ۱۱\,\mu c \Rightarrow A_۳ + \underbrace{D_۱}_{۳۰} = ۲۲\,\mu c \rightarrow A_۳ = -۸\,\mu c$$

$$A_۳ = -۸ \rightarrow C_۲ = -۸ \Rightarrow A_۲ + \underbrace{C_۱}_{-۱۸} = -۱۶ \rightarrow A_۲ = ۲\,\mu c$$

$$A_۲ = ۲ \rightarrow B_۲ = ۲ \rightarrow \underbrace{A_۱}_{۱۰} + B_۱ = ۴\,\mu c \rightarrow B_۱ = -۶\,\mu c$$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۹۳ قبل از جا به جا کردن بارها:

$$q_۲ \rightarrow F_{to???}$$

$$\frac{۵}{۲} - \frac{۱۰}{۹} = \frac{۴۵-۲۰}{۱۸} = \frac{۲۵}{۱۸}\,N,R$$

$$E_۱ + E_۲ = E \qquad (I)$$

پس از جابه جا کردن بارها:

$$-\frac{E_۱}{۴} - ۴E_۲ = \frac{۱۰۰-۱۲/۵}{۱۰۰} \times (-E) = \frac{-۷}{۸}E$$

$$\rightarrow -E_۱ - ۱۶E_۲ = -\frac{V}{۲}E \qquad (II)$$

$$\left.\begin{matrix} I \\ II \end{matrix}\right\} \rightarrow -۱۵E_۲ = \frac{-۵}{۲}E \rightarrow E_۲ = \frac{۱}{۶}E \left.\begin{matrix} \\ I \end{matrix}\right\} \rightarrow E_۱ = \frac{۵}{۶}E$$

$$(I) \rightarrow E_۱ + E_۲ = E$$

$$E = \frac{۶}{۶}E \rightarrow E_۱ + \frac{۱}{۶}E = \frac{۶}{۶}E \qquad \rightarrow E_۱ = \frac{۵}{۶}E$$

پس اولا $E_۲$ و $E_۱$ هم جهت هستند بنابراین $q_۲$ و $q_۱$ ناهمنام هستند

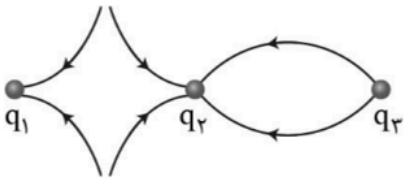
و ثانیاً

$$\frac{E_۲}{E_۱} = \frac{\frac{۱}{۶}E}{\frac{۵}{۶}E} = \frac{۱}{۵} = \left|\frac{\frac{kq_۲}{۴d^۲}}{\frac{kq_۱}{d^۲}}\right| \rightarrow \left|\frac{q_۲}{q_۱}\right| = \frac{۴}{۵} \rightarrow \frac{q_۲}{q_۱} = \frac{-۴}{۵}$$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۹۴ خطوط میدان از بار + خارج و به بار - وارد می‌شود



بنابراین q_1 و q_2 منفی و q_3 مثبت است

بارهای هم‌نام تأثیر مشابهی روی خطوط میدان دارند.

مثلا بارهای مثبت باعث رفع خطوط و بارهای منفی باعث جذب خطوط می‌شوند.

خطوط بین هر دو بار شبیه به خطوط میدان حاصل از دو بار هم اندازه است ولی تأثیر بار سوم را باید لحاظ کرد. دقت کنید که اثر بار خارجی روی بار نزدیکتر بیشتر است.

به طور مثال: برای خط میدان q_1 و q_2 اثر بار خارجی q_3 را بررسی می‌کنیم.

q_3 به q_2 نزدیک‌تر است و با رفتار q_4 مخالفت می‌کند یعنی بار وجود مخالفت بار خارجی، q_4 خط میدانی مشابه q_1 ساخته $|q_1| < |q_2|$

برای خط میدان q_2 و q_3

q_1 به q_2 نزدیک‌تر است و با رفتار q_2 موافق است .یعنی q_2 با کمک q_1 توانسته خط میدانی مشابه q_1 بسازد $|q_1| < |q_2|$

(ماروال ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

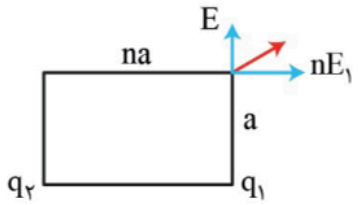
۲۹۵ میدانی قوی‌تر است که خطوط میدان آن به هم نزدیک‌تر باشد $E_B > E_C > E_A$ ← میدان با نیروی الکتریکی رابطهٔ مستقیم دارد ←

$$F_B > F_C > F_A$$

$$F = M \times a \xrightarrow[\text{ثابت است}]{\text{جرم پروتون در هر سه}} a_B > a_C > a_A$$

(ماروال ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۹۶ با توجه به شکل بدیهی است که اگر E ناشی از بارهای q_1 تا q_3 در نقطه ی q_4 صفر شود، q_4 درتعادل است پس باید نیرو با اضلاع تناسب داشته باشد



یعنی اگر q_1، E_1 را تولید نماید q_3 : nE_1 پس برآیند آن‌ها $(n^2+1)^{3/2}E_1$ خواهد شد.

حال q_4 باید در فاصله ای (قطر مستطیل $(n^2+1)^{\frac{1}{2}}$ همان میدان را تولید نماید:

با علامت مخالف

$$E_2 = \frac{Kq_2}{(n^2+1)} = \overset{\uparrow}{-}(n^2+1)^{3/2}E_1$$

پس: (۱) $\frac{q_2}{q_1} = -(n^2+1)^{\frac{3}{2}}$ و از آنجایی که $\frac{E_3}{E_1} = \frac{\frac{q_3}{n^3}}{\frac{q_1}{1}} = \frac{nE_1}{E_1} \Leftarrow$

$$\frac{q_1}{q_3} = \frac{1}{n^3} \quad (2)$$

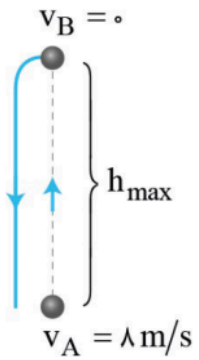
$$\frac{q_2}{q_3} = \frac{q_2}{q_1} \times \frac{q_1}{q_3} \Rightarrow \frac{q_2}{q_3} = \frac{-(n^1+1)^{\frac{2}{3}}}{n^3}$$

(ماروال ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۹۷ چون حرکت ذره با شتاب ثابت است، بنابراین پس از ۱/۲ ثانیه از لحظه پرتاب جهت حرکت ذره تغییر می‌کند. ابتدا حداکثر ارتفاعی که ذره بالا می‌رود را مشخص می‌کنیم سپس با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره را به دست می‌آوریم.

$$\frac{V_A + V_B}{۲} = \frac{h_{max}}{۴t}$$



$$\rightarrow \frac{۸+۰}{۲} = \frac{h_{max}}{۱/۲} \rightarrow h_{max} = ۴/۸m$$

$$\Delta K = W_t \xrightarrow{W_t = W_{mg} + W_e \atop W_E = -\Delta U} \rightarrow \frac{۱}{۲}mv_B^۲ - \frac{۱}{۲}mv_A^۲ = -mgh_{max} - \Delta U$$

$$\xrightarrow[V_B = ۰, V_A = ۸m/s, h_{max} = ۴/۸m]{m = ۰/۴g = ۴\times۱۰^{-۴}kg} \rightarrow -۱/۲\times۴\times۱۰^{-۴}\times۸^۲ = -۴\times۱۰^{-۴}\times۸^۲ = -۴\times۱۰^{-۴}\times۴/۸ - \Delta U$$

$$\Delta U = -۶۴\times۱۰^{-۴}J$$

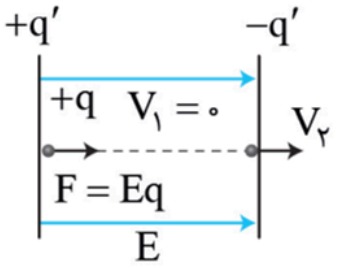
بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی نقاط A و B برابر است با:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-۶۴\times۱۰^{-۴}}{-۸\times۱۰^{-۵}} \xrightarrow[q = -۸۰\mu c = -۸\times۱۰^{-۵}c]{\Delta U = -۶۴\times۱۰^{-۴}J} \Delta V = \frac{۶۴\times۱۰^{-۴}}{۸\times۱۰^{-۵}} = -۸۰V$$

$$E_۱ + E_۲ = E \qquad (I)$$

(ماروال ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۲۹۸



$$E = \frac{V'}{d} \rightarrow F = Eq = \frac{V'}{d}q$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{V'q}{md}$$

$$V_۲^۲ - V_۱^۲ = ۲ad \Rightarrow V_۲^۲ = ۲\frac{V'q}{d}\times d$$

$$V = V_۲ = \sqrt{۲V'q}$$

سرعت برخورد به صفحه منفی به فاصله بین دو صفحه بستگی ندارد و همچنان با همان سرعت برخورد می‌کند.

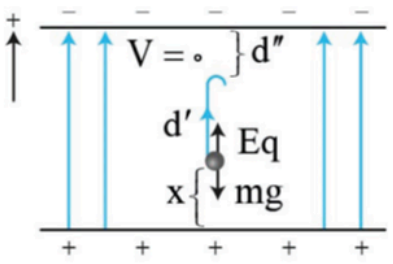
و اما زمان برخورد:

$$\begin{cases} V = at \rightarrow t_s \frac{v}{a} \\ a = \frac{V'q}{md} \rightarrow \frac{a'}{a} = \frac{d}{d'} \rightarrow a' = \frac{۱}{۲}a \end{cases} \xrightarrow{\text{ولتاژ ثابت است}} \frac{t'}{t} = \frac{a}{a'} = \frac{q}{\frac{۱}{۲}a} = ۲ \rightarrow t' = ۲t$$

(ماروال ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۲۹۹ ابتدا هنگام بالا رفتن شتاب حرکت و مسافت طی شده تا توقف را بدست می‌آوریم:



$$E=\frac{V}{d}=\frac{۲۰۰۰}{۰/۲}=۱۰^{۴}\frac{N}{C}$$

$$\begin{cases}F_{net}=ma\rightarrow Eq-mg=na\\ ۱۰^{۴}\times۴\times۱۰^{-۶}-۰/۲=۰/۰۲a\rightarrow a=۸\frac{m}{s^{۲}}\end{cases}$$

$$V^{۲}-V_{۰}^{۲}=۲ad'\rightarrow ۰-۱=۲\times(-۸)d'\rightarrow d'=۶/۲۵cm$$

$$d''=d-x-d'=۲۰-۸/۷۵-۶/۲۵=۵cm$$

سپس موقع پایین آمدن جهت + را پایین گرفته و سرعت برخورد به صفحه $\oplus$ را حساب می کنیم.

$$\begin{cases}V^{۲}-۰=۲a'(d'+x)\\ a'=-a=+۸m/c\end{cases}\rightarrow V^{۲}-۰=۲\times۸\times(۰/۱۵)=۲/۴\rightarrow V=\sqrt{۲/۴}\frac{m}{s}$$

$$V=\sqrt{۲/۴}\frac{m}{s}$$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۰۰ انرژی جنبشی اولیه

$$K_{۰}=\frac{۱}{۲}\times۰/۰۱\times۲^{۲}=۰/۰۲J$$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی

$$\Delta U_E=q\Delta V=۱۰\times۱۰^{-۳}\times-۲=-۰/۰۲J$$

تغییر انرژی پتانسیل گرانشی

$$\Delta U_g=mq\Delta h=۱۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰\times۰/۴=۰/۰۴J$$

$$\Delta K+\Delta U=۰\rightarrow(K-۰/۰۲)+(۰/۰۴)=۰\rightarrow K=۰$$

$$\rightarrow(K-۰/۰۲)+(۰/۰۲)+(۰/۰۴)=۰\rightarrow K=۰$$

پس با سرعت ۰ به مجاورت صفحه بالا می‌رسد و از آن جا که نیروی گرانش بیشتر از نیروی میدان است به پایین برگشته و با صفحه پایین برخورد می‌کند.

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۰۱ چون مقدار q تغییر می کند و مقدار C ثابت است، پس از فرمول $U=\frac{q^2}{2C}$ استفاده می‌کنیم.

چون ۳۰٪ بار آن اضافه شده! $q_2=1/3q_1$

$$\Delta U=U_2-U_1=\frac{q_2^2}{2C}-\frac{q_1^2}{2C}=\frac{(1/3q_1)^2-q_1^2}{2C}=\frac{69\times10^{+7}\times q_1^2}{2\times23\times10^{9}}=\frac{125}{375}\times10^{-6}$$

$$10^7q_1^2=250\times10^{-6}\rightarrow q_1^2=25\times10^{-12}\rightarrow q_1=5\times10^{-6}C$$

$$C=\frac{q_1}{V_1}\Rightarrow 23\times10^{-9}=\frac{5\times10^{-6}}{V_1}\Rightarrow V_1=\frac{5000}{23}$$

تناسب ولتاژ و فاصله : $\frac{5000}{23}$ 500mm

$$(V_A-V_B)\Rightarrow V_A-V_B=1000V$$
$$V_B-V_A=-100V$$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۰۲ چون بار منفی از صفحه مثبت به صفحه منفی منتقل شده پس اندازه بار صفحات افزایش می‌یابد، اختلاف انرژی نهایی و انرژی اولیه برابر با انرژی مصرفی است و با استفاده از آن انرژی اول بدست می‌آید.

$$q'=q+\frac{1}{4}q=\frac{5}{4}q$$

$$\begin{cases}u=\frac{1}{2}\frac{q^2}{c}\\ u'=\frac{1}{2}\frac{(\frac{5}{4}q)^2}{c}=\frac{25}{16}(\frac{1}{2}\frac{q^2}{c})\end{cases}$$

$$\Delta u=u'-u=\frac{9}{16}(\frac{1}{2}\frac{q^2}{c})=90\mu g\rightarrow \underbrace{u=\frac{1}{2}\frac{q^2}{c}=160\mu g}_{\text{انرژی اولیه}}$$

سپس در حین اتصال به مولد (ولتاژ ثابت) فاصلهٔ صفحات را کاهش می‌دهیم.

$$\begin{cases}d''=\frac{4}{5}d, C=\varepsilon_0 k\frac{A}{d}\\ \frac{C''}{C}=\frac{d}{d''}=\frac{5}{4}\rightarrow C''=\frac{5}{4}C\end{cases}$$

$$u=\frac{1}{2}CV^2\xrightarrow{V=V''}\frac{u''}{u}=\frac{C''}{C}=\frac{5}{4}\rightarrow u''=\frac{5}{4}u=\frac{5}{4}\times160=200\mu j$$

و انرژی مصرف شده

$$\Delta u''=u''-u=200-160=40\mu J$$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۰۳

با توجه به رابطه انرژی خازن داریم:

$$U=\frac{1}{2}CV^2 \xrightarrow[V=Ed]{C=k\varepsilon_0\frac{A}{d}} U=1/2K\varepsilon_0\frac{A}{d}E^2d^2$$

حجم فضای بین صفحات خازن برابر با حجم دی الکتریک است

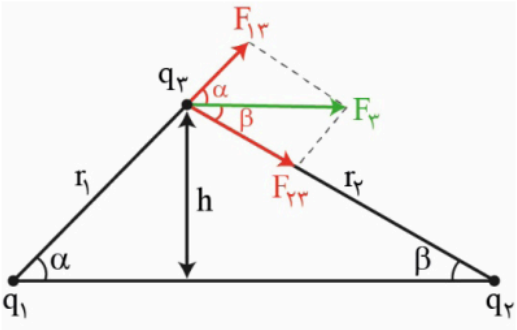
$$V'=Ad=2\times4\times5=40cm^3=4\times10^{-5}m^3 \xrightarrow[k=4,\varepsilon_0=9\times10^{-12},E=5000\frac{N}{C}]{U=1/2K\varepsilon_0AdE^2}$$

$$U=\frac{1}{2}\times4\times9\times10^{-12}\times4\times10^{-5}\times(5000)^2=18\times10^{-9}J=0/018\mu J$$

(ماروک ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۳۰۴

چون F_3 باید در جهت محور x باشد پس F_{13} دافعه و F_{23} جاذبه خواهد بود. در نتیجه q_1 و q_2 خلاف علامت یکدیگرند.



افقی شدن F_3 به این معنی است که مؤلفه‌های عمودی F_{13} و F_{23} همدیگر را خنثی کرده‌اند

پس داریم:

$$F_{13}\sin\alpha=F_{23}\sin\beta$$

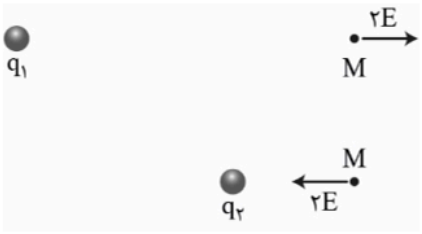
$$\frac{k|q_1||q_3|}{r_1^2}\sin\alpha=\frac{k|q_2||q_3|}{r_2^2}\sin\beta\Rightarrow\frac{|q_2|}{|q_1|}=\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2\times\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\quad(I)$$

$$\left.\begin{matrix}r_1\sin\alpha=h\\ r_2\sin\beta=h\end{matrix}\right\}\Rightarrow r_1\sin\alpha=r_2\sin\beta\Rightarrow\frac{r_2}{r_1}=\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\xrightarrow{(I),(II)}\frac{|q_2|}{|q_1|}=\left(\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\right)^2\times\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{\sin^3\alpha}{\sin\beta^3}$$

چون q_1 و q_2 ناهمنام‌اند $\leftarrow$ $\frac{q_2}{q_1}=\frac{\sin^3\alpha}{\sin^3\beta}$

(ماروک ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۰۵



$$\left.\begin{matrix}E_1+E_2=E\\ E_1=3E\Rightarrow E_2=-2E\end{matrix}\right\}\Rightarrow q_1,q_2\text{ ناهمنام‌اند}$$

$$\left.\begin{matrix}|E_1|=\frac{k|q_1|}{(3d)^2}=3E\\ |E_2|=\frac{k|q_2|}{d^2}=E\end{matrix}\right\}\rightarrow\frac{\frac{|q_1|}{9}}{|q_2|}=3\rightarrow\frac{|q_1|}{|q_2|}=27\xrightarrow{\text{ناهمنام}}\frac{q_1}{q_2}=\underline{-27}$$

(ماروک ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۰۶ انرژی اولیهٔ ذخیره‌شده در آن:

$$u_1=\frac{1}{2}c_1V^2=\frac{1}{2}(\frac{\varepsilon_0 A}{d})V^2=8\mu J$$

انرژی ثانویهٔ ذخیره‌شده در آن:

$$u_2=\frac{1}{2}c_2V^2=\frac{1}{2}(\frac{\varepsilon_0 A}{d-0/02})V^2$$

مقدار انرژی مصرفی برای تغییرات:

$$\frac{u_2}{u_1}=\frac{C_2}{C_1}=\frac{d_1}{d_2}\Rightarrow$$

$$\Delta u=u_1\times\frac{0/02}{d-0/02}\Rightarrow 40=8\times\frac{0/02}{d-0/02}$$

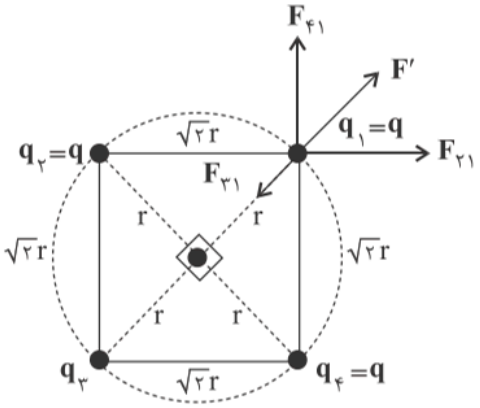
$$\Rightarrow 5d-0/1=0/02\Rightarrow 5d=0/12\Rightarrow d=0/024m=2/4cm$$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۰۷ ابتدا بار q_3 را برحسب q به‌دست می‌آوریم به‌گونه‌ای که q_1 در حالت تعادل باشد:

$$F_{21}=F_{41}=\frac{k|q_2q_1|}{(\sqrt{2}r)^2}=\frac{kq^2}{2r^2}$$

اگر بار q_2 و q_4 مثبت باشد باید بار q_3 منفی باشد و با توجه به تعادل q_1 داریم:

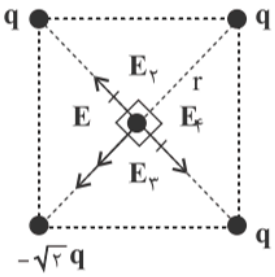


$$\begin{cases}F_{31}=\dfrac{k|q_3||q_1|}{4r^2}\\ F'=\sqrt{2}F_{21}=\dfrac{kq^2}{2r^2}\times\sqrt{2}\end{cases}$$

$$\xrightarrow{F_{31}=F'}\frac{k|q_3|q}{4r^2}=\frac{kq^2}{2r^2}\times\sqrt{2}$$

$$q_3=-2\sqrt{2}q$$

مرحلهٔ بعد میدان تک‌تک را برحسب E به‌دست می‌آوریم:



$$E=\frac{kq}{(\sqrt{2}r)^2}=\frac{1}{2}\frac{kq^2}{r^2}$$

$$\begin{cases}E_1=E_2=E_4=\dfrac{kq}{r^2}=2E\\ E_3=\dfrac{k(2\sqrt{2}q|}{r^2}=4\sqrt{2}E\end{cases}$$

$$E_T=4\sqrt{2}E+2E=2E(2\sqrt{2}+1)$$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۰۸ مطابق شکل خازن به اختلاف پتانسیل ثابتی وصل شده است. بنابراین با دور کردن صفحهٔ بالایی خازن، میدان الکتریکی بین صفحات $\frac{۲}{۳}$ برابر می‌شود.

$$V = Ed \xrightarrow{V\equiv\text{ثابت}} \frac{E'}{E} = \frac{d}{d'} \xrightarrow[d'=۹mm]{d=۶mm} \frac{E'}{E} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{F'_E}{F_E} = \frac{۲}{۳}$$

در حالت اول بار بین صفحات خازن در حال تعادل است. بنابراین: $E_E = mg$

در حالت دوم $F'_E < mg$ بنابراین بار با شتاب ثابت به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند.

$$mg - F'_E = ma \xrightarrow{F'_E=\frac{۲}{۳}mg} \frac{mg}{۳} = ma \Rightarrow a = \frac{g}{۳} \xrightarrow{g=۱۰m/s^۲}$$



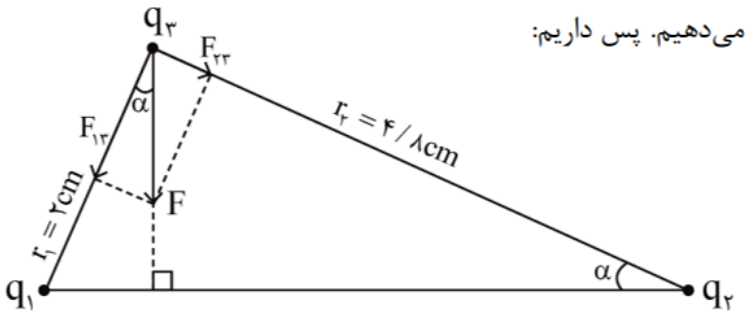
$$a = \frac{۱۰}{۳} m/s^۲$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ \xrightarrow[a=\frac{۱۰}{۳}m/s^۲]{\Delta x=۳mm=۳\times۱۰^{-۳}m} ۳\times۱۰^{-۳} = \frac{۱}{۲}\times\frac{۱۰}{۳}\times t^۲ \Rightarrow t = ۰/۰۳\sqrt{۲}s = ۳۰\sqrt{۲}ms$$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۰۹ مطابق شکل $\tan\alpha$ را در مثلث بزرگ و مثلث نیروها برابر قرار می‌دهیم. پس داریم:



$$\tan\alpha = \frac{F_{۲۳}}{F_{۱۳}} = \frac{۲}{۴/۸} \Rightarrow \frac{\frac{Kq_۲q_۳}{r_۲^۲}}{\frac{Kq_۱q_۳}{r_۱^۲}} = \frac{۲}{۴/۸}$$

$$\Rightarrow \frac{q_۲}{q_۱}(\frac{r_۱}{r_۲})^۲ = \frac{۲}{۴/۸} \Rightarrow \frac{۱۲}{q_۱}\times(\frac{۲}{۴/۸})^۲ = \frac{۲}{۴/۸} \Rightarrow \frac{۱۲}{q_۱} = ۲/۴ \Rightarrow q_۱ = ۵\mu c$$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۱۰ میدان حاصل از بارهای q_1 و q_2 در نقطهٔ O صفر است و تنها باید بارهای q_3 و q_4 را بررسی کنیم. می‌دانیم میدان حاصل از بار q_3 در نقطهٔ O به سمت چپ و میدان حاصل از بار q_4 در نقطهٔ O به سمت راست است. پس فقط باید اندازه میدان‌ها را مساوی قرار دهیم:

$$E_3 = E_4 \longrightarrow \frac{Kq_3}{r_3^2} = \frac{Kq_4}{r_4^2} \xrightarrow[r_3=7cm]{q_3=4\mu c\ ,\ q_4=36\mu c} \frac{4}{7^2} = \frac{36}{r_4^2} \xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می‌گیریم}} \frac{2}{7} = \frac{6}{r_4} \rightarrow r_4 = 21cm$$

فاصلهٔ بار تا نقطهٔ O برابر ۱۷ سانتیمتر است که باید ۴ سانتیمتر به سمت راست منتقل شود.

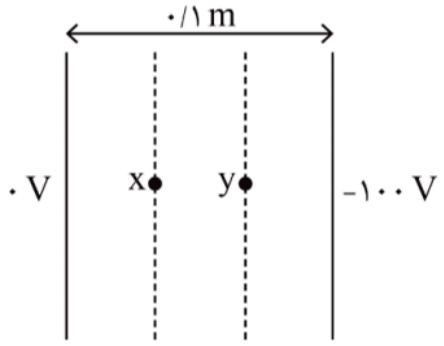
(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۱۱

$$E = \frac{V}{d} = \frac{100}{0/1} = 1000\frac{V}{m}$$

$$V_x = 0 - 1000 \times \frac{5}{100} = -50$$

$$V_y = 0 - 1000 \times \frac{8}{100} = -80$$



(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۳۱۲ با کاهش بار، انرژی نیز کاهش می‌یابد.

$$U_2 - U_1 = -1/75mJ \rightarrow \frac{1}{2}\frac{(\frac{3}{4}Q)^2}{20\mu} - \frac{1}{2}\frac{Q^2}{20\mu} = -1/75m$$

$$\rightarrow \frac{\frac{9}{16}Q^2 - Q^2}{40\mu} = -1/75m \rightarrow \frac{-7}{16}Q^2 = -70\times10^{-9}$$

$$\rightarrow Q^2 = 16\times10^{-8} \rightarrow Q = 4\times10^{-4} = 400\mu C$$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۱۳ **برایند نیروهای وارد بر گلولهٔ ۲، صفر است.**

$$F_{12} = m_2 g \Rightarrow k\frac{|q_1||q_2|}{d^2} = m_2 g \Rightarrow 9\times10^9 \times \frac{10^{-7}\times10^{-7}}{(0/3)^2} = m_2 \times 10 \Rightarrow \frac{9\times10^9\times10^{-14}}{9\times10^{-2}} = m_2\times10$$

$$\Rightarrow m_2 = 10^{-4}kg = 0/1g$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۱۴

$$E = \frac{k|q|}{r^2}$$

$$E' = \frac{k|-8q|}{4r^2} = \frac{8}{4}\frac{kq}{r^2} = 2E$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۱۵

$$\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow (۲۰-(-۸۰))=\frac{\Delta U_E}{-۹\times۱۰^{-۱۸}} \Rightarrow \Delta U_E=-۹\times۱۰^{-۱۶}J \Rightarrow W_E=-\Delta U_E=۹\times۱۰^{-۱۶}J$$

$$\text{قضیهٔ کار- انرژی جنبشی}: W_E=\Delta K=K_B-K_A=\frac{۱}{۲}m(v_B^۲-v_A^۲) \Rightarrow ۹\times۱۰^{-۱۶}=\frac{۱}{۲}\times۵\times۱۰^{-۲۵}\times(v_B^۲-۶۴\times۱۰^۸)$$

$$\Rightarrow ۳۶\times۱۰^۸=v_B^۲-۶۴\times۱۰^۸ \Rightarrow v_B^۲=۱۰۰\times۱۰^۸ \Rightarrow v_B=۱۰^۵\frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۱۶

گام اوّل: ابتـــدا رابطـــهٔ قانون کولن را برای حالت اول که دو قطره در فاصلهٔ ۶cm از هم هســـتند، می‌نویســـیم تا حاصل‌ضرب اندازهٔ بارها به‌دست بیاید.

$$F=k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲} \Rightarrow ۳۰=۹\times۱۰^۹\frac{|q_۱||q_۲|}{(۶\times۱۰^{-۲})^۲} \Rightarrow |q_۱||q_۲|=۱۲\times۱۰^{-۱۲}C^۲=۱۲(\mu C)^۲$$

گام دوم: پس از تماس دو قطره به هم بار قطرهٔ بزرگ‌تر مجموع بار هر یک از دو قطره می‌شود. پس: $q_۱+q_۲=-۱\mu C$

گام ســـوم: چون در ابتدا دو بار یکدیگر را جذب کرده‌اند پس دو بار ناهم‌نام هستند. با توجه به نتایج گام‌های اول و دوم و ناهم‌نام بودن دو بار مقادیر $q_۱$ و $|q|$ در $|q_۲|>|q|$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}|q_۱||q_۲|=۱۲\\ q_۱+q_۲=-۱\mu C\,(q_۲<۰\,,\,q_۱>۰)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}q_۱=۳\mu C\\ q_۲=-۴\mu C\end{cases}$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۱۷

برای آنکه نیروهای وارد بر یک ذره صفر شـــود باید میدان الکتریکی دو ذرهٔ دیگر در محل آن ذره صفر شـــود. پس اگر بارهای $q_۱$ و $q_۲$ را در نظر بگیریم، میدان آن‌ها در محل بار $q_۳$ که خارج از فاصلهٔ آن‌ها و نزدیک به بار $q_۲$ اســـت برابر صفر شـــده اســـت. پس این دو بار ناهم‌نام‌اند و $|q_۲|<|q_۱|$ است.

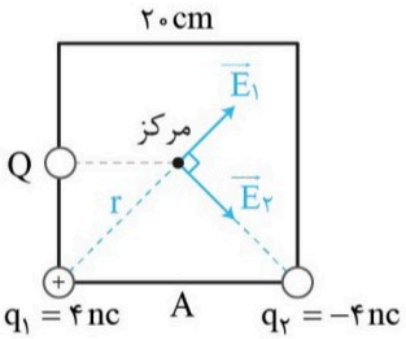
اگر دو بار $q_۲$ و $q_۳$ را درنظر بگیریم، میدان آن‌ها در محل بار $q_۱$، یعنی خارج از فاصلهٔ دو بار و نزدیک به بار $q_۲$ صفر شده است. پس این دو بار ناهم‌نام و $|q_۲|<|q_۳|$ است.

بنابر دو نتیجه به دست آمده، $|q_۲|$ کمترین مقدار بار را دارد و علامت آن مخالف دو بار دیگر است.

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۱۸ چون میدان خالص در مرکز مربع صفر است، برایند دو میدان بارهای q_1 و q_2 باید در راستای افقی باشد تا میدان بار Q که افقی است را خنثی کند. پس بار q_2 هم اندازه با بار q_1 و ناهم‌نام با این بار است. میدان برایند دو بار q_1 و q_2 را در مرکز مربع حساب می‌کنیم.

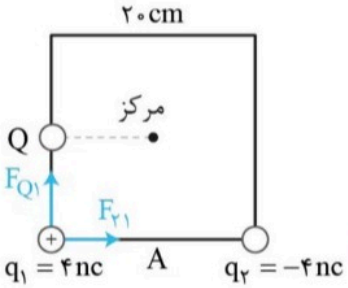


$$2r = \sqrt{0/2^2 + 0/2^2} = 0/2\sqrt{2} \Rightarrow r = 0/1\sqrt{2}m$$

$$E_1 = E_2 = k\frac{|q_1|}{r^2} = 9\times10^9 \times \frac{4\times10^{-9}}{(0/1\sqrt{2})^2} = 1800\frac{N}{C}$$

$$E_{1,2} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{2}E_1 = 1800\sqrt{2}\frac{N}{C}$$

میدان بار Q در مرکز مربع هم اندازه با $E_{1,2}$ ولی در خلاف جهت آن است. چون فاصلهٔ بار Q تا بار q_1 هم اندازه با فاصلهٔ بار Q تا مرکز مربع است، پس میدان بار Q در محل بار q_1 نیز برابر $1800\sqrt{2}\frac{N}{C}$ است. بنابراین نیروی وارد بر بار q_1 برابر است با:



$$F_{Q_1} = E_Q|q_1| = 1800\sqrt{2}\times4\times10^{-9} = 72\sqrt{2}\times10^{-7}N$$

$$F_{21} = k\frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = 9\times10^9 \times \frac{(4\times10^{-9})^2}{(0/2)^2} = 36\times10^{-7}N$$

در نهایت نیروی خالص وارد بر بار q_1 را حساب می‌کنیم:

$$F_{net} = \sqrt{F_{q_1}^2 + F_{21}^2} = \sqrt{(72\sqrt{2}\times10^{-7})^2 + (36\times10^{-7})^2} = 36\times10^{-7}\times\sqrt{8+1} = 108\times10^{-7}\frac{N}{C} = 1/08\times10^{-5}\frac{N}{C}$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

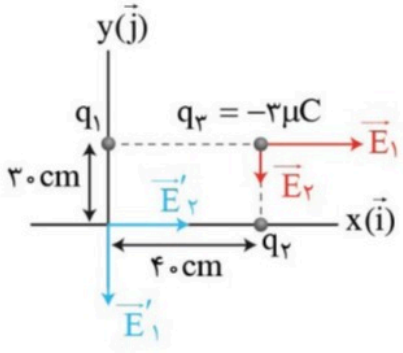
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۱۹ **گام اوّل:** ابتدا میدان الکتریکی بارهای q_1 و q_2 را در محل بار q_3 تعیین می کنیم.

$$\vec{E}_{1,2}=\frac{\vec{F}_3}{q_3}=\frac{20/25\vec{i}+48\vec{j}}{-3\times10^{-6}}=-6/75\times10^6\left(\frac{N}{C}\right)\vec{i}-16\times10^6\left(\frac{N}{C}\right)\vec{j}$$

با توجه به شـــکل، بردار میدان الکتریکی بار q_1 در محل بار q_3 برابر $(-6/75\times10^6\frac{N}{C})\vec{i}$ و بردار میدان الکتریکی بار q_2 در محل بار q_3 برابر $(-16\times10^6\frac{N}{C})\vec{j}$ است.

گام دوم: میدان دو بار q_1 و q_2 را در مبدأ مختصات به‌دست می‌آوریم:



$$\begin{cases}\frac{E'_1}{E_1}=\left(\frac{r_1}{r'_1}\right)=\left(\frac{40}{30}\right)^2\Rightarrow\frac{E'_1}{6/75\times10^6}=\frac{16}{9}\Rightarrow E'_1=12\times10^6\frac{N}{C}\\ \frac{E'_2}{E_2}=\left(\frac{r_2}{r'_2}\right)=\left(\frac{30}{40}\right)^2\Rightarrow\frac{E'_2}{16\times10^6}=\frac{9}{16}\Rightarrow E'_2=9\times10^6\frac{N}{C}\end{cases}$$

گام سوم: بزرگی میدان الکتریکی خالص را در نقطهٔ مرکز مختصات تعیین می‌کنیم:

$$E_\circ=\sqrt{E'^2_1+E'^2_2}=\sqrt{(12\times10^6)^2+(9\times10^6)^2}=15\times10^6\frac{N}{C}$$

گام چهارم: برگی نیروی خالص وارد بر بار q_3 در مبدأ مختصات را تعیین می‌کنیم:

$$F=E_\circ|q_3|=15\times10^6\times3\times10^{-6}=45N$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

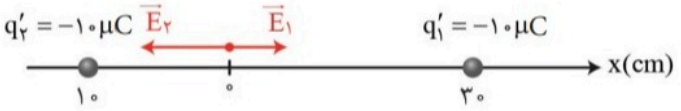
۳۲۰ ابتدا محل بار q_1 را تعیین می‌کنیم. ثابت کولن را برای محاسبه راحت‌تر $۹۰\frac{N.cm^2}{(\mu C)^2}$ قرار داده‌ایم.

$$F_{12}=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow ۴۵=۹۰\times\frac{۴۰\times۲۰}{r^2}\Rightarrow r=۴۰cm\Rightarrow x_1=۴۰-۱۰=۳۰cm$$

پس از تماس دو گوی، بار آن‌ها با هم برابر شده و برابر با میانگین بار گوی‌ها قبل از تماس می‌شود. پس:

$$q_1'=q_2'=\frac{q_1+q_2}{۲}=\frac{-۴۰+۲۰}{۲}=-۱۰\mu C$$

حالا میدان الکتریکی دو بار در مبدأ مختصات را تعیین می‌کنیم:



$$E=k\frac{|q|}{r^2}\begin{cases}E_1=۹\times۱۰^9\times\frac{۱۰\times۱۰^{-6}}{(۰/۳)^2}=۱۰^6\frac{N}{C}\Rightarrow\vec{E}_1=(+۱۰^6\frac{N}{C})\vec{i}\\E_2=۹\times۱۰^9\times\frac{۱۰\times۱۰^{-6}}{(۰/۱)^2}=۹\times۱۰^6\frac{N}{C}\Rightarrow\vec{E}_2=(-۹\times۱۰^6\frac{N}{C})\vec{i}\end{cases}$$

$$\vec{E}_T=\vec{E}_1+\vec{E}_2=(-۸\times۱۰^6\frac{N}{C})\vec{i}$$

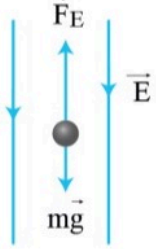
(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۲۱ به بار $+q$ در جهت میدان و به بار $-q$ در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود. چون تراکم خطوط میدان در محل بار $+q$ بیشتر از محل بار $-q$ است، پس بزرگی میدان در محل بار $+q$ بیشتر از محل بار $-q$ است و طبق رابطهٔ $F=E|q|$، بزرگی نیروی وارد بر بار $+q$ بیشتر از $-q$ است. پس مجموعه به سمت راست شروع به حرکت می‌کند. با حرکت بار منفی در جهت میدان انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۲۲ چون ذره از حال سکون به سمت بالا شروع به حرکت کرده است، نیروی الکتریکی وارد بر ذره به سمت بالا است. پس جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره در خلاف جهت میدان الکتریکی است و در نتیجه بار ذره منفی است. (گزینه‌های (۱) و (۲) حذف می‌شوند.)

برایند نیروهای وارد بر ذره را به دست می‌آوریم. دو نیروی الکتریکی و وزن به ذره وارد می‌شوند، پس:



$$\begin{cases}F_E=E|q|=۱۰^4\times|q|\\mg=۰/۲\times۱۰^{-3}\times۱۰=۲\times۱۰^{-3}N\end{cases}$$

$$F_{net}=F_E-mg=۱۰^4|q|-۲\times۱۰^{-3}$$

کار نیروی خالص وارد بر ذره برابر تغییرات انرژی جنبشی ذره است. پس:

$$W_{F_{net}}=K_2-K_1\Rightarrow(۱۰^4|q|-۲\times۱۰^{-3})\times۴۰\times۱۰^{-2}=\frac{۱}{۲}\times۰/۲\times۱۰^{-3}\times۴^2-۰$$

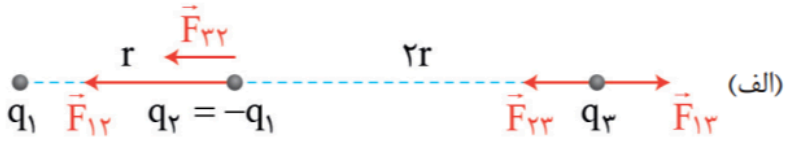
$$\Rightarrow|q|=۶\times۱۰^{-7}C=۰/۶\mu C\xrightarrow{q<۰}q=-۰/۶\mu C$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

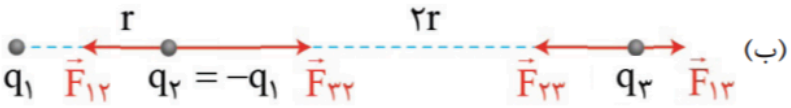
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۲۳ **گام اوّل:** بار q_1، بار q_2 را با نیروی $\vec{F}_{12}$ جذب می‌کند. اگر فرض کنیم بارهای q_1 و q_3 ناهم‌نام باشند، جهت نیروهای وارد بر بارهای q_2 و q_3 مطابق شکل (الف) خواهد بود. در این صورت:

$$\begin{cases} F_{T,2} = F_{12} + F_{32} \\ F_{T,3} = |F_{23} - F_{13}| \end{cases} \xrightarrow{(F_{32} = F_{23})} F_{T,2} > F_{T,3}$$



گام دوم: پس قطعاً بارهای q_1 و q_3 هم‌نامند و نیروهای وارد بر بارهای q_2 و q_3 مطابق شکل (ب) است.



حالا اندازهٔ نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 را برابر با اندازهٔ نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 می‌گذاریم:

$$|F_{T,2}| = |F_{T,3}| \longrightarrow F_{32} - F_{12} = F_{23} - F_{13} \Rightarrow \frac{|q_3||q_2|}{4r^2} - \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{|q_2||q_3|}{4r^2} - \frac{|q_1||q_3|}{9r^2}$$

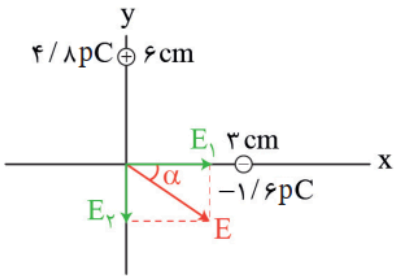
$$\Rightarrow \frac{|q_3|}{4} - \frac{|q_1|}{1} = \frac{|q_3|}{4} - \frac{|q_3|}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_3|}{9} = |q_1| \Rightarrow \frac{q_3}{q_1} = +9$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

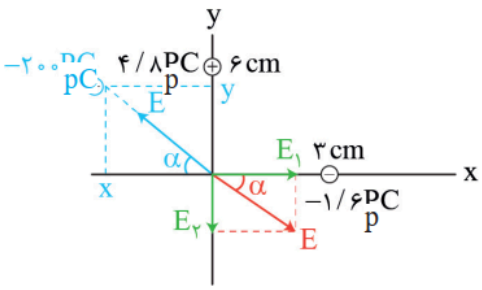
۳۲۴ **گام اوّل:** ابتدا میدان الکتریکی بارهای q_1 و q_2 را در مبدأ مختصات به‌دست می‌آوریم و سپس برایند آن‌ها را حساب می‌کنیم.
برای سادگی لازم نیست مقدار k را در رابطه قرار دهیم. حتی تبدیل یکا هم لازم نیست ولی اگر در SI هم جای‌گذاری کنیم تفاوتی ندارد فقط زمان بیشتری برای محاسبه نیاز دارد.



$$E = k\frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = k\frac{1/6}{3^2} = \frac{1/6k}{9} = \frac{3/2k}{18} \\ E_2 = k\frac{4/8}{6^2} = \frac{0/8k}{6} = \frac{2/4k}{18} \end{cases}$$

$$E_{1,2} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \rightarrow E_{1,2} = \frac{k}{18}\sqrt{3/2^2 + 2/4^2} = \frac{4k}{18}$$

گام دوم: بار $q_3 = -200pC$ باید در ناحیه دوم در نقطه‌ای قرار گیرد که میدان آن در مبدأ مختصات درست قرینه میدان خالص دو بار q_1 و q_2 باشد.



$$\frac{4k}{18} = k\frac{200}{r^2} \rightarrow r = 30cm$$

فاصله بار تا مبدأ مختصات باید ۳۰cm باشد اکنون با توجه به برابری دو زاویه α داریم:

$$\tan\alpha = \frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{2/4k}{18}}{\frac{3/2k}{18}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{y}{x} \rightarrow r = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow 30^2 = x^2 + (\frac{3}{4}x)^2 \rightarrow \begin{cases} x = 24cm \\ y = \frac{3}{4}\times 24 = 18 \end{cases}$$

چون بار q_3 در ناحیه دوم است باید مختصات به صورت $C\begin{vmatrix} -24cm \\ 18\ cm \end{vmatrix}$ باشد.

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۳۲۵ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار قرینهٔ کار میدان الکتریکی است. پس:

$$\Delta U = -W_E = -200\mu J$$

طبق رابطهٔ $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$، پتانسیل نقطهٔ B را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta V = \frac{-20\mu J}{-5\mu c} = +40V \Rightarrow V_B - V_A = +40 \Rightarrow V - (-50) = +40 \Rightarrow V = -10V$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۲۶ **گام اوّل:** چون تنها نیروی الکتریکی بر ذره اثر می‌گذارد، تغییرات انرژی جنبشی آن برابر با قرینهٔ تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار است. ابتدا رابطهٔ $\Delta K = -\Delta U$ را برای فاصلهٔ بین دو صفحه می‌نویسیم:

$$W_E = -\Delta U \rightarrow \Delta K = -\Delta U = -q\Delta V$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -(q\Delta V)$$

$$\frac{1}{2}\times 2\times 10^{-6}(0 - v_0^2) = -(5\times 10^{-6}\times 2000) \Rightarrow v_0 = 100\,m/s$$

$$v_0 = 100\,m/s$$

گام دوم: هنگامی که ذره فاصلهٔ $1/68\,mm$ را طی می‌کند، باز هم رابطهٔ $\Delta K = -q\Delta V$ را می‌نویسیم تا اختلاف پتانسیل الکتریکی بین ابتدا و انتهای این مسیر به‌دست بیاید:

$$\frac{1}{2}\times 2\times 10^{-6}(40^2 - 100^2) = -(5\times 10^{-6}\Delta V) \Rightarrow \Delta V = 1680\,V$$

گام سوم: با استفاده از رابطهٔ $E = \frac{|\Delta V|}{d}$، بزرگی میدان الکتریکی بین دو صفحه را به‌دست می‌آوریم:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{1680}{1/68\times 10^{-3}} = 10^6\,\frac{N}{C}$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۲۷ **گام اول:** ابتدا مساحت صفحه‌های خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$A = \pi r^2 = 3\times(0/1)^2 = 3\times 10^{-2}\,m^2$$

گام دوم: از رابطهٔ $C = k\varepsilon_0\frac{A}{d}$، ظرفیت خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$C = k\varepsilon_0\frac{A}{d} = 4\times 9\times 10^{-12}\times\frac{3\times 10^{-2}}{2\times 10^{-2}} = 54\times 10^{-12}\,F = 54\,pF$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۲۸ **گام اول:** فاصلهٔ اولیه بین صفحات خازن را برابر d برحسب میلی‌متر در نظر می‌گیریم. در هر دو حالت نسبت ظرفیت جدید خازن به ظرفیت قبلی را به‌دست می‌آوریم:

$$C = k\varepsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \begin{cases} \text{حالت اول}: \frac{C_1}{C} = \frac{d}{d_1} = \frac{d}{d-5} \\ \text{حالت دوم}: \frac{C_2}{C} = \frac{d}{d_2} = \frac{d}{d+10} \end{cases}$$

گام دوم: در حالت اول خازن به باتری متصل است و با هر تغییری در ساختمان خازن ولتاژ خازن ثابت باقی می‌ماند. در حالت دوم چون خازن از باتری جدا است با هر تغییری در ساختمان خازن بار خازن ثابت می‌ماند. بنابراین نسبت انرژی خازن در هر دو حالت به انرژی اوّلیه خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{حالت اوّل}: V = \text{ثابت} \Rightarrow U = \frac{1}{2}CV^2 \Rightarrow \frac{U_1}{U} = \frac{C_1}{C} = \frac{d}{d-5}$$

$$\text{حالت دوم}: Q = \text{ثابت} \Rightarrow U = \frac{Q^2}{2C} \Rightarrow \frac{U_2}{U} = \frac{C}{C_2} = \frac{d+10}{d}$$

چون $U_2 = U_1$ است، پس d برابر است با:

$$U_2 = U_1 \Rightarrow \frac{U_2}{U} = \frac{U_1}{U} \Rightarrow \frac{d+10}{d} = \frac{d}{d-5} \Rightarrow d^2 + 5d - 50 = d^2 \Rightarrow 5d = 50 \Rightarrow d = 10\,mm$$

گام سوم: ظرفیت خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$C = k\varepsilon_0 \frac{A}{d} = 1 \times 9 \times 10^{-12} \times \frac{20 \times 10^{-4}}{10 \times 10^{-3}} = 1/8 \times 10^{-12} F = 1/8\,pF$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۲۹ **گام اول:** انرژی ذخیره شده در خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2} \times \left(20 \times 10^{-6}\right) \times \left(1 \times 10^3\right)^2 = 10\,J$$

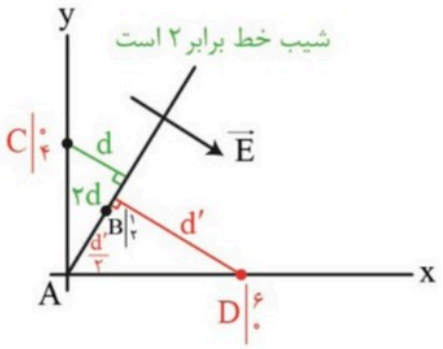
گام دوم: توان متوسط انرژی تخلیه شده در مقاومت برابر است با:

$$P = \frac{U}{t} = \frac{10}{2 \times 10^{-3}} = 5 \times 10^3\,W = 5\,kW$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۳۰ نقاط A و B دارای پتانسیل برابرند به این ترتیب خطی که این دو نقطه را به هم وصل می‌کند بر میدان الکتریکی عمود است. از طرفی اختلاف پتانسیل نقطه C با این خط $\Delta V = ۱۸ - ۱۰ = ۸V$ است (چنان‌چه از خط AB به طرف نقطهٔ C حرکت کنیم در خلاف جهت میدان حرکت کرده‌ایم چون پتانسیل زیاد شده است) اکنون فاصله نقطهٔ C را از خط AB را می‌یابیم تا بتوانیم بزرگی میدان را محاسبه کنیم. ضمناً معادله خط AB، $y = ۲x$ است.



$$d^۲ + (۲d)^۲ = ۴^۲ \rightarrow d = \frac{۴}{\sqrt{۵}} m$$

$$E = \frac{\Delta V}{d} \rightarrow E = \frac{۸}{۴/\sqrt{۵}} = ۲\sqrt{۵}\frac{V}{m}$$

$$d'^۲ + (\frac{d'}{۲})^۲ = ۶^۲ \rightarrow d' = \frac{۱۲}{\sqrt{۵}} m$$

شیب خط AB، ۲ است، از طریق این شیب مقادیر d و ۲d یا d' و $\frac{d'}{۲}$ روی شکل نوشته شده است.

$$E = \frac{\Delta V}{d'} \rightarrow ۲\sqrt{۵} = \frac{\Delta V}{۱۲/\sqrt{۵}} \rightarrow \Delta V = ۲۴V$$

نقطه D در مقایسه با خط AB در جهت میدان جلوتر است به این ترتیب پتانسیل نقطه D کم‌تر از پتانسیل خط AB است.

$$V_{AB} - V_D = ۲۴$$

$$۱۰ - V_D = ۲۴ \rightarrow V_D = -۱۴V$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۳۳۱ **در الکتریسیتهٔ ساکن، بار الکتریکی اضافی داده‌شده به رسانا در سطح خارجی آن قرار می‌گیرد؛ به‌گونه‌ای که میدان الکتریکی در درون رسانا صفر شود. وقتی گوی رسانا با کف ظرف فلزی (یا دیواره‌های آن) تماس پیدا می‌کند، گوی و ظرف هر دو به‌عنوان یک جسم خواهند بود که سطح خارجی مشترک آن‌ها همان سطح خارجی ظرف است؛ بنابراین در گوی و سطح داخلی ظرف و همچنین در ضخامت دیوارهٔ ظرف (به‌غیر از سطح خارجی آن) بار خالصی وجود نخواهد داشت و میدان در فاصلهٔ AB نیز صفر خواهد بود.**

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۳۳۲

$$Q = CV \Rightarrow Q_۲ - Q_۱ = C(V_۲ - V_۱) \Rightarrow ۱۰۰ = C \times ۲ \Rightarrow C = ۵۰\mu F$$

$$U = \frac{۱}{۲}CV^۲ \Rightarrow U_۲ - U_۱ = \frac{۱}{۲}C(V_۲^۲ - V_۱^۲) = \frac{۱}{۲}C(V_۲ - V_۱)(V_۲ + V_۱) \Rightarrow ۵۰۰ = \frac{۱}{۲} \times ۵۰ \times ۲(V_۲ + V_۱) \Rightarrow V_۲ + V_۱ = ۱۰V$$

$$\begin{cases} V_۲ + V_۱ = ۱۰V \\ V_۲ - V_۱ = ۲V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_۱ = ۴V \\ V_۲ = ۶V \end{cases} \Rightarrow U_۱ = \frac{۱}{۲}CV_۱^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۵۰ \times ۴^۲ = ۴۰۰\mu J$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۳۳ **گام اوّل:** چون ذره در حال تعادل اســت، برایند نیروهای وارد بر آن صفر اســت. نیروی وزن در خلاف جهت محور y به ذره وارد می‌شود پس نیروی الکتریکی باید در جهت محور y به ذره وارد شود. چون ذره الکترون از دست داده است بار آن مثبت و جهت میدان الکتریکی هم‌جهت با جهت نیروی الکتریکی و به سمت بالا باید باشد. بنابراین موارد (الف) و (ت) نادرست‌اند و مورد (پ) درست است.

گام دوم: به سراغ محاسبهٔ بار ذره و سپس بزرگی میدان الکتریکی می‌رویم:

$$q = ne = ۵۰ \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} = ۸ \times ۱۰^{-۱۸}\,C$$

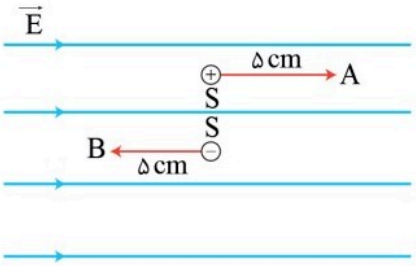
$$F_E \Rightarrow E|q| = mg \Rightarrow E \times ۸ \times ۱۰^{-۱۸} = (۲ \times ۱۰^{-۹} \times ۱۰^{-۳}) \times ۱۰$$

$$E = \frac{۱}{۴} \times ۱۰^{۷} = ۲/۵ \times ۱۰^{۶}\,\frac{N}{C}$$

بنابراین مورد (ب) درست است.

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۳۴ مطابق شکل فرض می‌کنیم که جهت میدان الکتریکی به طرف راست و مانند شکل زیر مکان‌های اولیه و نهایی بارها معلوم شده است. از طرفی می‌دانیم از نقطه شروع بار مثبت در جهت میدان و بار منفی در خلاف جهت میدان در اثر نیروی میدان جابه‌جا می‌شوند.



طبق رابطهٔ $\Delta U = -\Delta K$، داریم:

$$\Delta U = -\Delta K \rightarrow \Delta U_{\text{بار مثبت}} + \Delta U_{\text{بار منفی}} = -۷ \times ۱۰^{-۳}\,J$$

$$\Delta U = q\Delta V$$

گام دوم: چــون میدان یکنواخت و هر بار ۵cm جابه‌جا شــده اســت از رابطه $\Delta V = Ed$ می‌توان نتیجه گرفت که $V_S - V_A = V_B - V_S$ با جایگذاری این رابطه در روابط بالا، داریم:

$$(۱)\ \Delta U_{\text{بار مثبت}} = (۸ \times ۱۰^{-۶})(V_A - V_S) = -(۸ \times ۱۰^{-۶})(V_S - V_A)$$

$$(۲)\ \Delta U_{\text{بار منفی}} = (-۶ \times ۱۰^{-۶})(V_B - V_S)$$

مجموع دو رابطه (۱) و (۲) $\rightarrow -(۸ \times ۱۰^{-۶})(V_S - V_A) + (-۶ \times ۱۰^{-۶})(V_B - V_S) = -۷ \times ۱۰^{-۳}$

$$\rightarrow -(۱۴ \times ۱۰^{-۶})(V_S - V_A) = -۷ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow (V_S - V_A) = ۵۰V$$

گام ســـوم: بنابر روابط به دست آمده $V_A - V_B$ را به دست می‌آوریم و با استفاده از آن میدان الکتریکی و نیروی الکتریکی وارد بر ذره باردار را تعیین می‌کنیم.

$$\begin{cases} V_S - V_A = ۵۰۰V \\ V_B - V_S = ۵۰۰V \end{cases} \rightarrow V_A - V_B = -۱۰۰۰V$$

$$|V| = Ed \rightarrow ۱۰۰۰ = E \times (۰/۰۵ + ۰/۰۵) \rightarrow E = ۱۰^{۴}\,\frac{N}{C}$$

$$F = qE = ۸ \times ۱۰^{-۶} \times ۱۰^{۴} = ۰/۰۸N$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۳۵ ابتدا ظرفیت خازن بعد از تغییر فاصلهٔ بین صفحات آن را حساب می‌کنیم.

$$C = k\varepsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C'}{C} = \frac{d}{d'} = \frac{d}{\frac{d}{2}} = 2$$

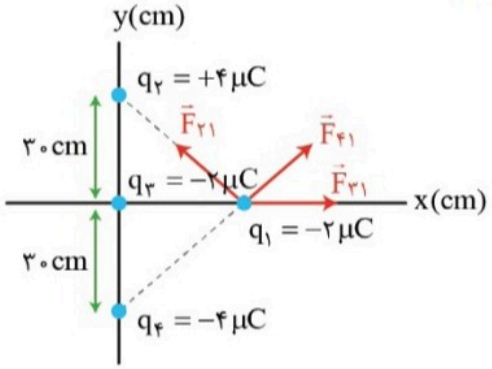
چون خازن در ابتدا به باتری وصل است، ولتاژ آن ثابت است. طبق رابطهٔ $Q = CV$ با دو برابر شدن ظرفیت خازن، بار خازن نیز ۲ برابر می‌شود، پس $Q' = 2Q$ است.

در مرحلهٔ آخر $0/2Q$ از بار خازن را کم کرده‌ایم پس بار خازن از $Q' = 2Q$ به $Q'' = 2Q - 0/2Q = 1/8Q$ می‌رسد. طبق رابطهٔ $U = \frac{Q^2}{2C}$، نسبت انرژی نهایی خازن به انرژی اولیه آن را به دست می‌آوریم:

$$\frac{U''}{U} = (\frac{Q''}{Q})^2 \times (\frac{C}{C'}) = (\frac{1/8Q}{Q})^2 \times (\frac{1}{2}) = 1/62$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۳۶ ابتدا نیروهای وارد بر بار q_1 را رسم می‌کنیم و بزرگی هریک از نیروها را به دست می‌آوریم:



$$r_{21} = r_{41} = \sqrt{30^2 + 30^2} = 30\sqrt{2}\,cm$$

$$F = K\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F_{21} = F_{41} = 90 \times \frac{4 \times 2}{(30\sqrt{2})^2} = 0/4N \\ F_{31} = 90 \times \frac{2 \times 2}{(30)^2} = 0/4N \end{cases}$$

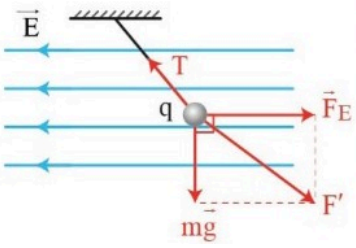
برایند دو نیروی F_{21} و F_{41}، (F') در راستای محور y و عمود بر F_{31} قرار می‌گیرد. بنابراین برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 برابر است با:

$$F' = \sqrt{F_{21}^2 + F_{41}^2} = \sqrt{0/4^2 + 0/4^2} = 0/4\sqrt{2}N$$

$$F_{net} = \sqrt{F'^2 + F_{31}^2} = \sqrt{(0/4\sqrt{2})^2 + (0/4)^2} = 0/4\sqrt{3}N$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۳۷ به ذره باردار سه نیروی الکتریکی، وزن و کشش طناب وارد می‌شود. چون ذره در تعادل است برایند این سه نیرو صفر است. پس برایند دو نیروی وزن و الکتریکی هم اندازه با نیروی کشش طناب اما در خلاف جهت آن است. پس برایند دو نیروی وزن و الکتریکی را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} F_E = E|q| = 2 \times 10^4 \times 2 \times 10^{-9} = 4 \times 10^{-5}N \\ mg = 3 \times 10^{-6} \times 10 = 3 \times 10^{-5}N \end{cases}$$

$$T = F' \Rightarrow F' = \sqrt{(mg)^2 + F_E^2} = \sqrt{(3 \times 10^{-5})^2 \times (4 \times 10^{-5})}$$

$$\Rightarrow T = F' = 5 \times 10^{-5}N$$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۳۸ بار اولیه خازن را برحسب میکروکولن Q در نظر می‌گیریم. با انتقال بار $-۲\mu C$ از صفحهٔ منفی به صفحهٔ مثبت، بار خازن $(Q-۲)\mu C$ می‌شود. طبق رابطه $U=\frac{Q^۲}{۲C}$، تغییرات انرژی خازن را محاسبه کرده و برابر $-۳۰\mu J$ قرار می‌دهیم تا مقدار Q به دست بیاید:

$$\begin{cases} U_۱=\frac{Q^۲}{۲C}=\frac{Q^۲}{۲۰} \\ U_۲=\frac{(Q-۲)^۲}{۲C}=\frac{(Q-۲)^۲}{۲۰} \end{cases} \Rightarrow U_۲-U_۱=-۳۰ \Rightarrow \frac{(Q^۲-۲)^۲}{۲۰}-\frac{Q^۲}{۲۰}=-۳۰$$

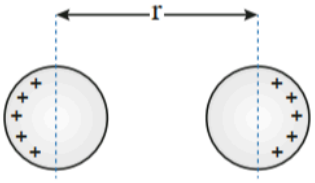
$$\Rightarrow \frac{-۴Q+۴}{۲۰}=-۳۰ \Rightarrow \frac{-Q+۱}{۵}=-۳۰ \Rightarrow Q=۱۵۱\mu C$$

حالا اختلاف پتانسیل اولیه خازن را به دست می‌آوریم:

$$V=\frac{Q}{C}=\frac{۱۵۱}{۱۰}=۱۵/۱V$$

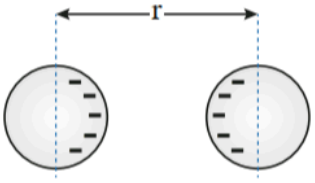
(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۳۹ اگر دو گوی بار همنام داشته باشند



دافعه بین گوی‌ها باعث می‌شود مرکز بار دو گوی اندکی از هم دور شوند و فاصله اندکی بیشتر از r شده و نیروی F' کمتر از F شود.

به همین ترتیب هنگامی‌که دو گوی بار ناهم‌نام دارند جاذبهٔ بین گوی‌ها باعث می‌شود مرکز بار دو گوی اندکی به هم نزدیک شوند و F'' بیشتر از F شود.



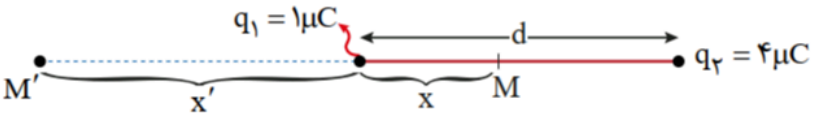
(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۴۰ ظرفیت حالت اول را C و ولتاژ حالت اول را V در نظر می‌گیریم. داریم:

$$\begin{cases} CV=۴۸ \\ (C+۲)(V-۴)=۴۸ \end{cases} \Rightarrow (C+۲)(\frac{۴۸}{C}-۴)=۴۸ \Rightarrow C=۴\mu F$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۴۱



$$E_۱=E_۲ \qquad E_۱=E_۲$$

$$x'=\frac{d}{۲-۱}=d \qquad x=\frac{d}{۲+۱}=\frac{d}{۳}$$

$$\text{فاصلهٔ دو نقطه}=x'+x=\frac{d}{۳}+d=\frac{۴d}{۳}$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۴۲ ابتدا با مقایسهٔ نیروها، بررسی می‌کنیم که ذره بالا می‌رود یا پایین می‌آید.

$$mg = ۰/۰۰۲\times۱۰ = ۰/۰۲N \downarrow$$

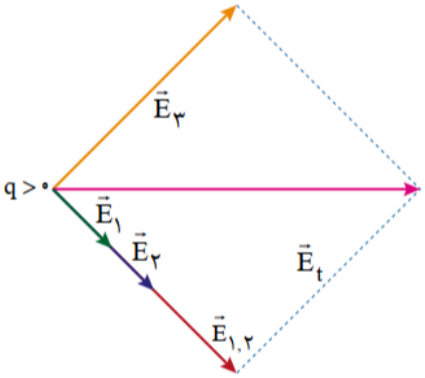
$$FE = |q|E = ۱۰^{-۵}\times۸\times۱۰^{۲} = ۰/۰۰۸N \uparrow$$

پس ذره پایین می‌آید. اکنون تفاضل نیروها را در قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی قرار می‌دهیم:

$$(۰/۰۲-۰/۰۰۸)\times d = \frac{۱}{۲}(۰/۰۰۲)\times۴^{۲} \Rightarrow d = \frac{۴}{۳}m$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۴۳



فاصلهٔ هر سه بار از نقطهٔ P برابر است. فرض می‌کنیم q مثبت، و اندازهٔ میدان حاصل از بار ۱، E باشد. در این صورت میدان حاصل از بارهای ۱ و ۲ برابر با ۳E خواهد بود. با توجه به زوایا، برای اینکه میدان خالص در جهت مثبت محور xباشد، میدان بار ۳ نیز باید ۳E باشد. و $q_۳$ و q هم علامت باشند و $\frac{q_۳}{q} = +۳$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۴۴ کار مفیدی که موتور مولد وان‌دوگراف انجام می‌دهد، به‌صورت انرژی پتانسیل الکتریکی بارهای جمع شده بر کلاهک ذخیره می‌شود. از طرفی طبق تعریف، توان مفید برابر است با نسبت کار مفید انجام شده به زمان.

داریم:

$$W = |\Delta U| = |q\Delta V| \rightarrow P = \frac{W}{t} = \frac{|q\Delta V|}{t} = \frac{|q|}{t}|\Delta V| \rightarrow = ۳\times۱۰^{-۳}\times۳\times۱۰^{۶} \rightarrow = ۹\times۱۰^{۳}\ W = ۹kW$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۳۴۵ با استفاده از روابط خازن تخت داریم:

$$Q = CV = \frac{\kappa\varepsilon_۰A}{d}V$$

$$\kappa\varepsilon_۰A\frac{V}{d} = \kappa\varepsilon_۰AE$$

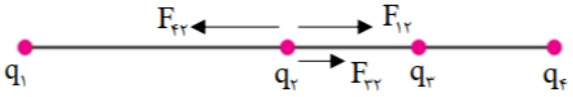
$$A = \frac{Q}{\kappa\varepsilon_۰E} = \frac{۸۹۰\times۱۰^{-۶}}{۱۰\times۸/۹\times۱۰^{-۱۲}\times۲۰\times۱۰^{۶}} = ۰/۵m^{۲}$$

توجه کنید که طبق رابطهٔ به دست آمده برای اینکه بتوان مقدار معینی بار در خازن ذخیره کرد، با کم شدن مساحت صفحات خازن میدان خازن قوی‌تر شده و فروریزش روی می‌دهد. پس با قرار دادن میدان بیشینه به جای E به حداقل مساحت قابل قبول به دست میاوریم.

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۴۶ نیروی بار q_2 باید به شکل جاذبه باشد پس علامت آن منفی است:



$$F_{net}=F_{42}-F_{12}-F_{32}=F_{32}$$
$$\Rightarrow F_{42}-F_{12}=2F_{32}$$
$$\frac{kq_4q_2}{2^2}-\frac{kq_1q_2}{2^2}=\frac{2kq_3q_2}{1^2}$$
$$\frac{8}{4}-\frac{4}{4}=\frac{2q_3}{1}\Rightarrow|q_3|=0/5\Rightarrow q_3=-0/5\mu C$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

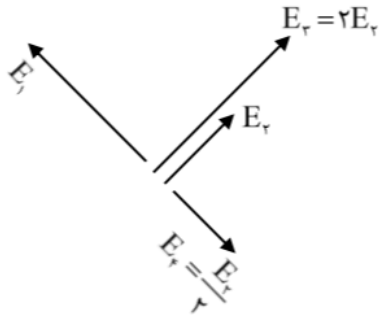
۳۴۷ فاصلهٔ هر چهار بار تا مرکز مربع یکسان است.

باتوجه به علامت بارهای q_1 و q_2 جهت میدان حاصل از این دو بار را در مرکز مربع مشخص می‌کنیم.

باتوجه به اینکه میدان برایند هر مرکز مربع به سمت بالا است.

بایستی برایند دو میدان $\vec{E}_3$ و $\vec{E}_2$ برابر با برایند دو میدان $\vec{E}_4$ و $\vec{E}_1$ باشد.

باتوجه به جهت میدان $\vec{E}_1$, $q_1<0$ است.



$$E_1-E_4=E_2+E_3\Rightarrow E_1-\frac{E_2}{2}=E_2+2E_2$$
$$\Rightarrow E_1=\frac{7}{2}E_2\xrightarrow{E=\frac{kq}{r^2}}|q_1|=\frac{7}{2}|q_2|$$
$$\longrightarrow\left|\frac{q_1}{q_2}\right|=\frac{7}{2}\xrightarrow[q_2=-q_2]{q_1=\frac{-7}{2}q}\frac{q_1}{q_2}=\frac{7}{2}$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

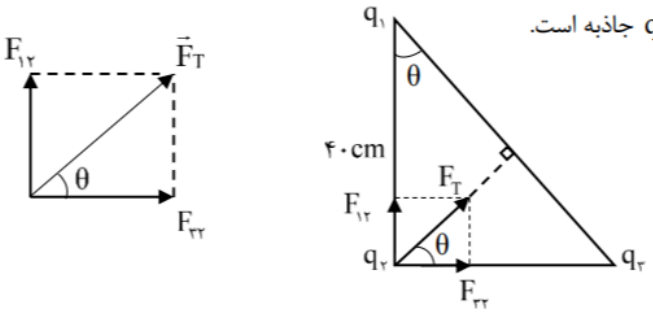
۳۴۸ ابتدا اختلاف پتانسیل دو صفحهٔ خازن را به دست می‌آوریم و سپس میدان الکتریکی بین صفحات را محاسبه می‌کنیم.

می‌دانیم آلفا، هلیم دو بار مثبت است، بنابراین نیروی وارد بر آن بین صفحات خازن برابر است با:

$$q=C.V\Rightarrow 140=7V\Rightarrow V=20V$$
$$E=\frac{V}{d}=\frac{20}{2/5\times10^{-3}}=8000\frac{N}{C}$$
$$F=qE=(2e)E=2\times1/6\times10^{-19}\times8000$$
$$F=2/56\times10^{-15}N$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۳۴۹ باتوجه به جهت نیروی خالص، نیروی وارد بر بار از طرف بارهای q_1 و q_2 جاذبه است.
با ترسیم نیروها، هر سه نیرو تشکیل مثلث قائم‌الزاویه می‌دهند.
باتوجه به مثلث نیروها داریم:



$$F_{12}=F_T\sin\theta \xrightarrow[F_{12}=k\frac{q_1q_2}{r_{12}^2}]{\sin\theta=\frac{20}{\sqrt{40^2+20^2}}=\frac{2}{\sqrt{20}}} 9\cdot\times\frac{4\times4}{40^2}=F_T\times\frac{2}{2\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow F_T=0/9\cdot\sqrt{5}\,N$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۵۰ چون خازن از مولد جدا شده است بنابراین بار آن ثابت است. با دورشدن صفحهٔ بالایی خازن از صفحهٔ پایین آن ظرفیت خازن کاهش می‌یابد و مطابق رابطهٔ $Q=CV$ اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن افزایش می‌یابد.

$$Q=CV \xrightarrow[C\downarrow]{Q=\text{ثابت}} V\uparrow$$

از طرفی چون ذره با بار q بین صفحات در حال تعادل است.
بار صفحهٔ پایین خازن مثبت است و چون به زمین متصل است، پتانسیل الکتریکی آن صفر است.

$$V_{\text{خازن}}=V_+-V_- \xrightarrow[V_{\text{خازن}}\uparrow]{V_+=0} V_-\downarrow$$

پس پتانسیل صفحهٔ بالایی کاهش می‌یابد.
همچنین مطابق رابطهٔ $E=\frac{Q}{\varepsilon_0 A}$ چون Q ثابت است؛ پس میدان نیز ثابت است. طبق رابطهٔ $V=\frac{U}{q}$ و همچنین چون تغییر انرژی پتانسیل بار در جابه‌جایی آن از محلی که بار وجود دارد تا صفحهٔ پایینی مقدار ثابتی است، بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی آن تغییر نمی‌کند.

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۵۱ ظرفیت خازن را حساب می‌کنیم:

$$C=K\varepsilon_0\frac{A}{d}=4\times9\times10^{-12}\times\frac{10^{-10}}{10^{-8}}=36\times10^{-14}\,F$$

بار ذخیره‌شده در خازن را با استفاده از $Q=CV$ به دست می‌آوریم:

$$Q=CV=36\times10^{-14}\times200\times10^{-3}=72\times10^{-15}\,C$$

هر یون دارای بار $q=2e=3/2\times10^{-19}\,C$ است. پس تعداد یون‌ها برابر است با:

$$n=\frac{Q}{q}=\frac{72\times10^{-15}}{3/2\times10^{-19}}=2/25\times10^{5}$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۵۲

$$\begin{vmatrix}\Delta U=-W_E\\ \Delta K=W_E\end{vmatrix}\rightarrow \Delta K=-\Delta U$$

$$۰-\frac{۱}{۲}mv^۲=qV \xrightarrow{V=Ed} \frac{۱}{۲}mv^۲=qEd$$

$$-\frac{۱}{۲}\times۹\times۱۰^{-۳۱}\times(۴\times۱۰^۶)^۲=-۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times E\times۴/۵\times۱۰^{-۳}\Rightarrow E=۱۰^۴\frac{V}{m}$$

چنان‌چه فاصله صفحه‌ها را نصف کنیم چون ولتاژ ثابت است (خازن به باتری متصل است) میدان الکتریکی دو برابر می‌شود، به این ترتیب حاصل ضرب E در d (همان V) ثابت می‌ماند و باز هم الکترون‌ها توسط میدان قوی‌تر در مجاورت صفحه سمت چپ متوقف شده و به صفحهٔ سمت چپ برخورد نمی‌کنند. (توجه کنید کار میدان از رابطه $W=Fd\cos\theta$ محاسبه می‌شود و با نصف شدن d و دو برابر شدن (F)E، ثابت می‌ماند.)

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۵۳ بار الکتریکی که خازن توسط باتری دریافت می‌کند برابر است با:

$$C=\frac{Q}{V}\rightarrow ۵=\frac{Q}{۲۰}\rightarrow Q=۱۰۰\mu C$$

چون خازن از باتری جدا می‌شود این بار در خازن ثابت می‌ماند حال وقتی فاصله صفحه‌های خازن نصف می‌شود با توجه به رابطه $C=kE_۰\frac{A}{d}$ ظرفیت خازن ۲ برابر یعنی $۱۰\mu F$ می‌شود به این ترتیب انرژی خازن توسط بار صفحه ها و ظرفیت آن قابل محاسبه است.

$$U=\frac{Q^۲}{۲C}\rightarrow U=\frac{۱۰۰^۲}{۲\times۱۰}=۵۰۰\mu J$$

اکنون دو صفحه خازن را توسط رسانایی به هم وصل نموده‌ایم تا $۳۲۰\mu J$ انرژی تخلیه شود به این ترتیب در خازن $۱۸۰\mu J$ انرژی باقی می‌ماند و داریم:

بار مانده در خازن:

$$۵۰۰-۳۲۰=\frac{Q'^۲}{۲\times۱۰}\rightarrow Q'=۶۰\mu C$$

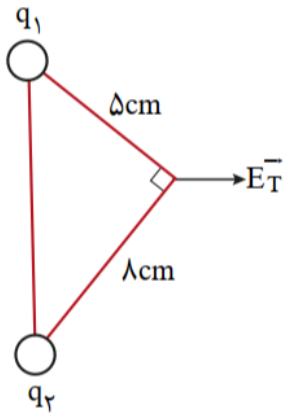
بار تخلیه شده برابر است با:

$$Q''=۱۰۰-۶۰=۴۰\mu C$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۵۴ در حالت اول، بار $q_۲$ منفی است و چون بردار موازی وتر است، خواهیم داشت:

$$\left|\frac{q_۲}{q_۱}\right|=\left(\frac{۸}{۵}\right)^۳\Rightarrow\frac{|q_۲|}{۲۵}=\frac{۵۱۲}{۱۲۵}\Rightarrow|q_۲|=۱۰۲/۴(\mu c)\rightarrow q_۲=-۱۰۲/۴(\mu c)$$



در حالت دوم، بار $q_۲$ مثبت است و چون بر وتر عمود است، داریم:

$$\left|\frac{q_۲}{q_۱}\right|=\frac{۸}{۵}\Rightarrow\frac{|q_۲|}{۲۵}=\frac{۸}{۵}\Rightarrow|q_۲|=۴۰(\mu c)\rightarrow q_۲=+۴۰(\mu c)$$

پس بار باید به اندازهٔ $۱۴۲/۴\mu c$ $۴۰-(-۱۰۲/۴)=$ افزایش یابد.

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۵۵ چون میدان الکتریکی در راستای $\hat{j}$ است، پس نقاطی که y یکسان دارند، پتانسیل الکتریکی برابر دارند و به این ترتیب، پتانسیل نقطه A با نقطه O برابر است و اختلاف پتانسیل O و B برابر است با:

$$\Delta V_{OB} = \Delta V_{AB} = Ed \Rightarrow \Delta V = ۳\times ۱۰^{۳} \times \frac{۳}{۱۰۰} = ۹۰V$$

نکته: پتانسیل نقطه B از O بیشتر است.

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۵۶ در حالت اول که این ذره معلق است و داریم: $F_E = W \Rightarrow |q|E = mg$

اگر فاصله در صفحه ۲۰٪ زیادتر شود، میدان و نیروی الکتریکی کمتر از قبل می‌شود و این ذره به پایین حرکت می‌کند:

$$F_{net} = mg - E$$

$$\frac{E'}{E} = \frac{d}{d'} \Rightarrow E' = \frac{۵}{۶}E \Rightarrow qE' = \frac{۵}{۶}qE = \frac{۵}{۶}mg$$

پس نیروی خالص وارد بر این ذره برابر است با:

$$F_T = mg - \frac{۵}{۶}mg = \frac{۱}{۶}mg$$

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، تندی ذره پس از ۳mm جابجایی برابر است با:

$$W_T = \frac{۱}{۶}mg \times ۳\times ۱۰^{-۳} \Rightarrow \frac{۱}{۶}m \times ۳\times ۱۰^{-۲} = \frac{۱}{۲}mv^{۲} \Rightarrow v = ۱۰^{-۱}\frac{m}{s} = ۱۰\frac{cm}{s}$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۵۷ طبق تعریف انرژی خازن و تغییرات انرژی مولد، داریم:

$$\left.\begin{array}{l} U_{\text{خازن}} = \frac{q^{۲}}{۲c} \\ E_{\text{باتری}} = ۲U_{\text{خازن}} \end{array}\right\} \Delta E = \frac{q^{۲}}{۲c} = \frac{۲۵\times ۲۵\times ۱۰^{-۱۲}}{۱۲/۵\times ۱۰^{-۹}} = ۵\times ۱۰^{-۲}(J)$$

باید انرژی باتری برابر تغییرات انرژی جنبشی ذره ۱۰۰ گرمی باشد، داریم:

$$E = \Delta K = \frac{۱}{۲}mv^{۲}$$

$$۵\times ۱۰^{-۲} = \frac{۱}{۲}\times ۱۰^{-۱}\times v^{۲} \rightarrow v^{۲} = ۱ \rightarrow v = ۱\frac{m}{s}$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۵۸ چون میدان الکتریکی در راستای محور x است، پس مولفه y اثری ندارد و تمام نقاط با y یکسان هم پتانسیل هستند، به این ترتیب می‌توان گفت اندازه میدان برابر است با:

$$E=\frac{\Delta V}{d_x}=\frac{۶۰۰}{۴}=۱۵۰\frac{N}{C}$$

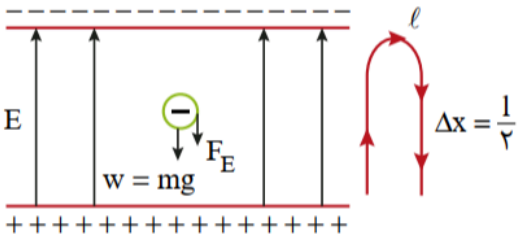
با توجه به این که با حرکت در جهت محور x، پتانسیل الکتریکی افزایش یافته است، پس میدان در خلاف جهت محور x است و $\vec{E}=-۱۵۰\vec{i}$

حال با توجه به فاصله نقطه A تا مبدأ مختصات روی محور x، پتانسیل مبدأ بدست می‌آید:

$$V_۰-V_A=-Ed\Rightarrow V_۰-۲۰۰=۱۵۰\times ۲\Rightarrow V_۰-۲۰۰=-۳۰۰\Rightarrow V_۰=-۱۰۰V$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۵۹



طبق رابطه میدان الکتریکی بر حسب اختلاف پتانسیل، داریم:

$$E=\frac{\Delta v}{d}=\frac{۷۵۰}{۱/۴}=۳\times ۱۰^۳\left(\frac{N}{C}\right)$$

مسافت طی شده برابر ۴۰ سامتی‌متر است و پس از آن، ذره به نقطهٔ پرتاب باز می‌گردد.

پس:

$$l=۴۰(cm)\rightarrow \Delta x=۲۰(cm)$$

با نوشتن قانون دوم نیوتن در راستای قائم داریم:

$$F_{net_y}=ma\Rightarrow F_E+\overbrace{mg}^{w}=ma$$

$$qE+mg=ma\Rightarrow\left[۳۰\times ۱۰^{-۶}\times ۳\times ۱۰^۳\right]+\left[۳\times ۱۰^{-۳}\times ۱۰\right]=۳\times ۱۰^{-۳}a$$

$$۳۰+۱۰=a\rightarrow a=۴۰\left(\frac{m}{s^۲}\right)$$

از معادله مکان-زمان در حرکت شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲\Rightarrow ۰/۲=\frac{۱}{۲}\times ۴۰\times t^۲$$

$$\rightarrow t^۲=۰/۰۱\Rightarrow t=۰/۱(s)\text{ زمان برگشت}\rightarrow \text{زمان کل}=۲t=۲\times ۰/۱=۰/۲(s)$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - دشوار)

۳۶۰ ابتدا بار ذخیره شده در خازن را به دست می‌آوریم:

$$Q=CV=۵\times ۲۰=۱۰۰\mu c$$

با دوبرابر شدن فاصلهٔ بین صفحات، ظرفیت خازن طبق رابطهٔ $C=K۴۰\frac{A}{d}$ نصف می‌شود و به $C'=۲/۵\mu F$ می‌رسد، اما بار خازن به دلیل جدا بودن از باتری ثابت می‌ماند. در این حالت انرژی ذخیره شده در خازن برابر است با:

$$U=\frac{Q^۲}{۲C'}=\frac{(۱۰۰)^۲}{۲\times ۲/۵}=۲\times ۱۰^۳\mu J=۲mJ$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۳۶۱ مرحلهٔ اول) پارچهٔ ابریشمی در اثر مالش با میلهٔ چوبی بار مثبت می‌گیرد.

مرحلهٔ دوم) پارچهٔ کتان در اثر مالش با شیشه بار منفی می‌گیرد.

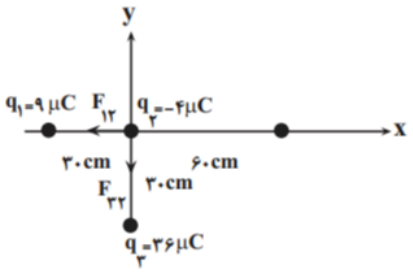
(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۶۲

$$\sqrt{\frac{q_۳}{q_۱}}=\frac{۶۰}{۳۰}\rightarrow\frac{q_۳}{۹}=۴ \quad q_۳=۳۶\mu C$$

$$\sqrt{\left|\frac{q_۳}{q_۲}\right|}=\frac{۹۰}{۳۰}\rightarrow\frac{۳۶}{|q_۲|}=۹ \quad |q_۲|=۴\mu C \quad q_۲=-۴\mu C$$



در حالت دوم داریم:

$$F_{۱۲}=۹۰\times\frac{۹\times۴}{۹۰۰}=۳/۶N$$

$$F_{۳۲}=۹۰\times\frac{۳۶\times۴}{۹۰۰}=۱۴/۴N$$

$$\vec{F}_{t_۲}=-۳/۶\vec{i}-۱۴/۴\vec{j}$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۶۳ پارچهٔ کتان به انتهای منفی سری نزدیک است و در اثر مالش با میلهٔ شیشه‌ای که به انتهای مثبت سری نزدیک است، دارای بار منفی می‌شود و به همان اندازه، میلهٔ شیشه‌ای دارای بار مثبت می‌شود:

$$q=-ne \Rightarrow q=-۵\times۱۰^{۱۱}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}=-۸\times۱۰^{-۸}\,C=-۸۰nC$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۶۴ با توجه به اصل پایستگی بار، پس از بسته‌شدن $k_۱$ داریم:

$$q_{۲A}=q_{۲B}=\frac{q_{۱A}+q_{۱B}}{۲}=\frac{۱۰-۲}{۲}=۴\mu C$$

پس از باز شدن $k_۱$ و سپس بستن $k_۲$ داریم:

$$q_{۳B}=q_{۲C}=\frac{q_{۲B}+q_{۱C}}{۲}=\frac{۴+۲۰}{۲}=۱۲\mu C$$

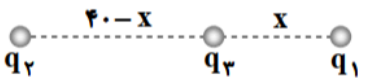
پس از باز شدن $k_۲$ و سپس بستن $k_۳$ داریم:

$$q_{۳A}=q_{۳C}=\frac{q_{۲A}+q_{۲C}}{۲}=\frac{۴+۱۲}{۲}=۸\mu C$$

مقدار بار جابه‌جا شده میان کره‌های C و A: $|\Delta q|=|q_{۳C}-q_{۲C}|=|۸-۱۲|=۴\mu C$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۶۵ برای اینکه بار $q_۳$ در جای خود بی‌حرکت باقی بماند، باید $F_{۱۳}=F_{۲۳}$ باشد. مطابق شکل، فاصلهٔ بار $q_۳$ تا بار $q_۱$ را با x مشخص می‌کنیم. در این صورت خواهیم داشت:



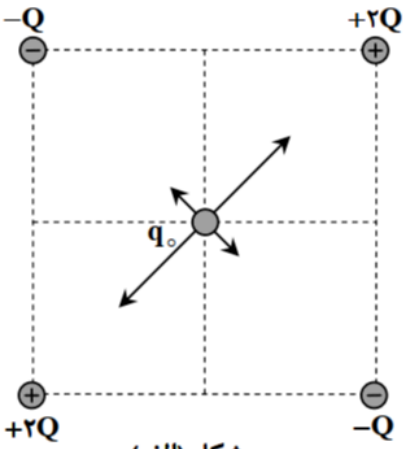
$$F_{۱۳}=F_{۲۳} \Rightarrow k\frac{|q_۱||q_۳|}{x^۲}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{(۴۰-x)^۲} \Rightarrow \frac{۹\times۱۰^{-۹}}{x^۲}=\frac{۲۵\times۱۰^{-۹}}{(۴۰-x)^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۳}{x}=\frac{۵}{۴۰-x} \Rightarrow ۱۲۰-۳x=۵x \Rightarrow ۱۲۰=۸x \Rightarrow x=۱۵\,cm$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

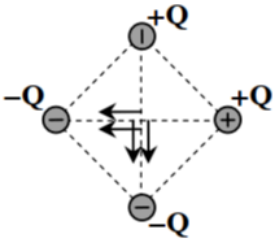
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۶۶ نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_0 از طرف بارهایی که در رئوس مربع بزرگ‌تر قرار دارند، مطابق شکل «الف» است و با توجه به تساوی اندازهٔ نیروهایی که هم‌راستا هستند، برایند این چهار نیرو صفر خواهد بود. (معمولاً q_0 نشان‌دهندهٔ بار مثبت کوچک (بار آزمون) است، اما در این سؤال، چنانچه منفی هم فرض شود، در جواب نهایی تفاوتی ایجاد نخواهد کرد.)



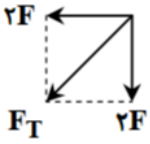
شکل (الف)

نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_0 از طرف بارهایی که در رئوس مربع کوچک‌تر قرار دارند، مطابق شکل «ب» است.



شکل (ب)

اندازهٔ هر چهار بار و همچنین فاصلهٔ آن‌ها تا بار q_0 یکسان بوده و در نتیجه، اندازهٔ همهٔ نیروها با یکدیگر مساوی و برابر F است؛ بنابراین اندازهٔ برایند نیروها برابر است با:



$$F_T = \sqrt{(2F)^2 + (2F)^2} = 2\sqrt{2}F$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۳۶۷ رابطهٔ (۱) $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E}$

با نزدیک شدن بار q_1 به‌اندازهٔ $\frac{d}{2}$ به نقطهٔ A، فاصلهٔ آن تا نقطهٔ A نصف می‌شود؛ بنابراین میدان حاصل از آن در نقطهٔ A، ۴ برابر خواهد شد، پس:

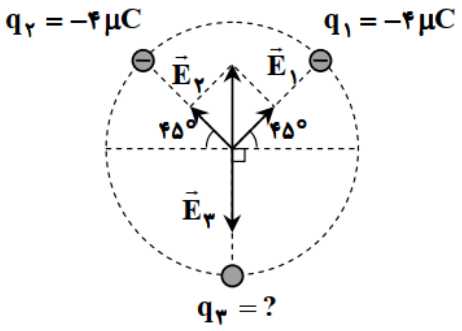
رابطهٔ (۲) $4\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -\vec{E}$

$$\xrightarrow{\text{رابطهٔ (۱) و (۲)}} \begin{cases} \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E} \\ 4\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -\vec{E} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{E}_1 = -\frac{2}{3}\vec{E} \\ \vec{E}_2 = \frac{5}{3}\vec{E} \end{cases} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{2}{5} \xrightarrow{E=k\frac{|q|}{r^2}} \left|\frac{q_1}{q_2}\right| = \frac{E_1}{E_2} = \frac{2}{5}$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۶۸ علامت بار $q_۳$، باید منفی باشد تا مطابق شکل، $\vec{E}_۳$ بتوانـد برایـنـد $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ را خنثی کند.



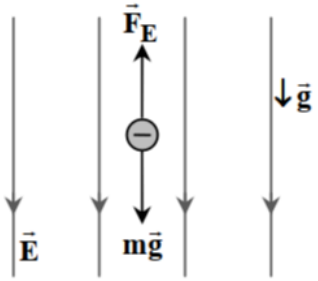
$$E_T = ۰ \Rightarrow \sqrt{E_۱^۲ + E_۲^۲} = E_۳$$

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow \sqrt{۲E_۱^۲} = \sqrt{۲}E_۱ = E_۳ \xrightarrow{E=\frac{kq}{r^۲}} \sqrt{۲} \times \frac{k|q_۱|}{r^۲} = \frac{k|q_۳|}{r^۲}$$

$$\Rightarrow |q_۳| = \sqrt{۲} \times ۴ \Rightarrow q_۳ = -۴\sqrt{۲}\,\mu C$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۶۹



$$F_E = mg \Rightarrow |q|E = mg \Rightarrow |q|E = \rho Vg \Rightarrow neE = \rho(\frac{۴}{۳}\pi R^۳)g$$

$$\Rightarrow n = \frac{(۸۰۰\frac{kg}{m^۳}) \times \frac{۴}{۳} \times ۳ \times (۱ \times ۱۰^{-۶}m)^۳ \times ۱۰\frac{N}{kg}}{(۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}C) \times (۲ \times ۱۰^{۴}\frac{N}{C})} = ۱۰ \text{ الکترون}$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۷۰

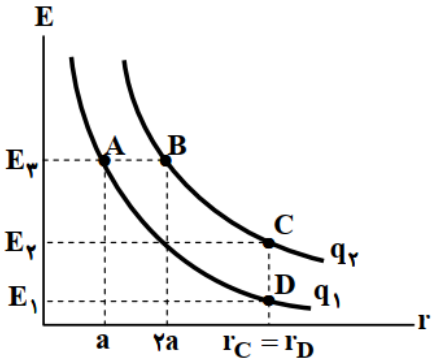


$$\vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow \vec{E} = \frac{-۱۰^{-۲}}{q}\vec{i} + \frac{۱۰^{-۲}}{q}\vec{j}$$

با توجه به اینکه q منفی است، مؤلفهٔ افقی میدان، مثبت و مؤلفـهٔ عمـودی میـدان، منفی خواهد بود که این ویژگی تنها در نقطهٔ C وجود دارد؛ زیرا میدان الکتریکی در هر نقطه بر خط میدان گذرنده از آن نقطه مماس و هم‌جهت با آن است.

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۷۱



$$E = k\frac{|q|}{r^۲}$$

$$E_A = E_B \Rightarrow k\frac{q_۱}{a^۲} = k\frac{q_۲}{۴a^۲} \Rightarrow q_۲ = ۴q_۱$$

$$\frac{E_۲}{E_۱} = \frac{E_C}{E_D} = \frac{k\frac{q_۲}{(r_C)^۲}}{k\frac{q_۱}{(r_D)^۲}} = \frac{q_۲}{q_۱} = ۴$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۷۲ چون میدان الکتریکی هر دو بار را از حال سکون به حرکت درمی‌آورد و به آن‌ها انرژی جنبشی می‌دهد، پس باید انرژی پتانسـیل الکتریکـی آن‌ها کم شود تا به انرژی جنبشی تبدیل شود.

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۷۳

$$\begin{cases}\Delta U=-W_E\\ W_E=\Delta K\end{cases}\Rightarrow \Delta K=-\Delta U \Rightarrow \cdot-\frac{۱}{۲}mv_\circ^۲=-\Delta U \Rightarrow \frac{۱}{۲}\times ۱/۵\times ۱۰^{-۲۰}\times v_\circ^۲=۳\times ۱۰^{-۱۰}$$

$$\Rightarrow v_\circ^۲=۴\times ۱۰^{+۱۰} \Rightarrow v_\circ=۲\times ۱۰^{+۵}\ \frac{m}{s}$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۷۴

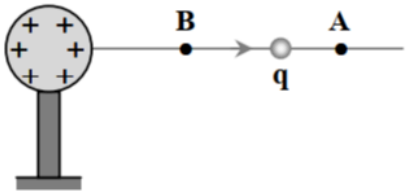
$$|\Delta V|=Ed=۱/۵\times ۱۰^۳\times ۰/۲=۰/۳\times ۱۰^۳=۳۰۰V$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۳۷۵ بار اضافی داده‌شده به یک رسانای در تعادل الکتروستاتیکی، در سطح خارجی رسانا قرار می‌گیرد. با افتادن گوی در ظرف، سطح خارجی مشترک گوی و ظرف همان سطح خارجی ظرف است؛ ازاین‌رو تمام بار گوی به سطح خارجی ظرف منتقل می‌شود.

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۳۷۶



$$W_E=-\Delta U_E \Rightarrow ۲۰\times ۱۰^{-۹}=-\Delta U_E \Rightarrow \Delta U_E=-۲۰\times ۱۰^{-۹}\ J$$

چون بار کره مثبت است، خط میدان الکتریکی آن مانند شکل از B به‌طرف A خواهد بود. از طرفی می‌دانیم وقتی در خلاف جهت خطوط میدان حرکت می‌کنیم، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد؛ ازاین‌رو می‌توان نوشت:

$$V_B-V_A=۱۰V$$

$$\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow ۱۰=\frac{-۲۰\times ۱۰^{-۹}}{q} \Rightarrow q=-۲nC$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۷۷ **گزینه ۱ درست است.**

چون بار الکتریکی یک جسم، کوانتومی است. (یعنی مضرب درستی از e است.)، پس طبق رابطهٔ $|q|=ne$، باید عدد $\frac{|q|}{e}$ صحیح باشد:

بررسی گزینه‌ها:

۱)

بار الکتریکی یک جسم نمی‌تواند باشد. $\frac{|q_۱|}{e}=\frac{۲۰\times ۱۰^{-۱۹}}{۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}}=۱۲/۵\notin N \Rightarrow$

۲)

بار الکتریکی یک جسم می‌تواند باشد. $\frac{|q_۲|}{e}=\frac{۰/۵\times ۱۰^{-۱۲}}{۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}}=\frac{۵}{۱۶}\times ۱۰^۷=۵(\frac{۱۰^۴}{۱۶})\times ۱۰^۳=۵\times ۶۲۵\times ۱۰^۳\in N \Rightarrow$

۳)

بار الکتریکی یک جسم می‌تواند باشد. $\frac{|q_۳|}{e}=\frac{۳۸/۴\times ۱۰^{-۹}}{۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}}=۲۴\times ۱۰^{۱۰}\in N \Rightarrow$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۷۸ گزینه ۳ درست است.

بار اولیه ذره‌ها را q و بار جابه‌جا شده را x در نظر می‌گیریم؛ بنابراین با استفاده از قانون کولن می‌توان نوشت:

$$F_۲ = F_۱ - ۰/۰۹F_۱ = ۰/۹۱F_۱ \Rightarrow k\frac{(q-x)(q+x)}{r^۲} = \frac{۹۱}{۱۰۰}k\frac{q\cdot q}{r^۲}$$

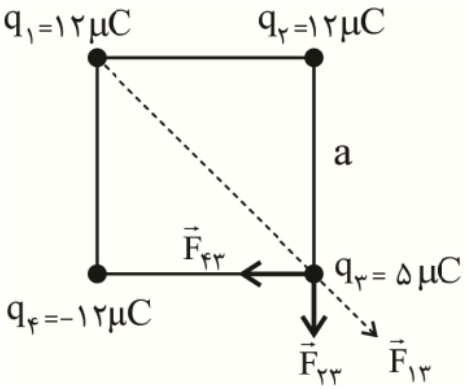
$$\Rightarrow q^۲ - x^۲ = \frac{۹۱}{۱۰۰}q^۲ \Rightarrow \frac{۹}{۱۰۰}q^۲ = x^۲ \xrightarrow{\text{جذر}} x = ۰/۳q$$

درصد بار جابه‌جاشده $= \frac{x}{q}\times ۱۰۰ =$

$۰/۳\times ۱۰۰ = \%۳۰$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۷۹ گزینه ۲ درست است.



چون $q_۲ = |q_۴|$ و در ضمن فاصلهٔ آن‌ها تا بار هدف $(q_۳)$ یکسان است:

$$F_{۲۳} = F_{۴۳}$$

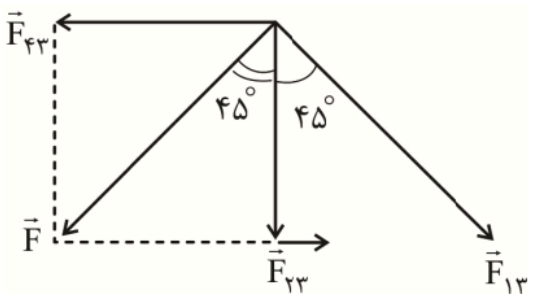
$$F_{۲۳} = \frac{kq_۲q_۳}{a^۲} = \frac{(۹\times ۱۰^۹)\times(۱۲\times ۱۰^{-۶})\times(۵\times ۱۰^{-۶})}{۳۰^۲\times ۱۰^{-۴}}$$

$$F_{۲۳} = \frac{۹\times ۶۰\times ۱۰^{-۳}}{۹\times ۱۰^{-۲}} = ۶N$$

$\vec{F}_{۲۳}$ و $\vec{F}_{۴۳}$ بر هم عمودند؛ بنابراین برآیند آن‌ها $\vec{F}'$ خواهد شد:

$$F' = \sqrt{F_{۲۳}^۲ + F_{۴۳}^۲} = ۶\sqrt{۲}N$$

$$F_{۱۳} = \frac{kq_۱q_۳}{a^۲} = \frac{(۹\times ۱۰^۹)\times(۱۲\times ۱۰^{-۶})\times(۵\times ۱۰^{-۶})}{(۳۰\sqrt{۲})^۲\times ۱۰^{-۴}} \Rightarrow F_{۱۳} = ۳N$$



$\vec{F}_{۱۳}$ در امتداد قطر مربع است و با ضلع قائم مربع زاویهٔ ۴۵° دارد. $\vec{F}'$ روی نیمساز دو بردار $\vec{F}_{۲۳}$ و $\vec{F}_{۴۳}$ است؛ زیرا طول این دو بردار برابر است.

بنابراین $\vec{F}'$ و $\vec{F}_{۱۳}$ بر هم عمودند:

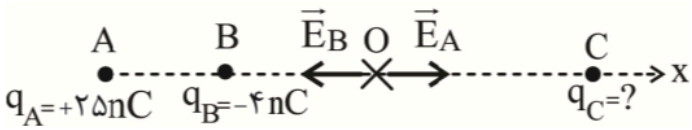
$$F_{net} = \sqrt{F'^۲ + F_{۱۳}^۲} = \sqrt{(۶\sqrt{۲})^۲ + ۳^۲} = \sqrt{۷۲ + ۹} = ۹N$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۸۰ گزینه ۴ درست است.

$$E = k\frac{|q|}{r^2}\begin{cases} E_A = \frac{9\times10^9\times25\times10^{-9}}{(5\times10^{-1})^2} = 900\frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E}_A = +900\vec{i} \\ E_B = \frac{9\times10^9\times4\times10^{-9}}{(3\times10^{-1})^2} = 400\frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E}_B = -400\vec{i} \end{cases}$$



چون میدان الکتریکی خالص از جمع برداری میدان‌های $\vec{E}_A$ و $\vec{E}_B$ و $\vec{E}_C$ به‌دست می‌آید، پس:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C \Rightarrow -1300\vec{i} = +900\vec{i} + (-400\vec{i}) + \vec{E}_C \Rightarrow \vec{E}_C = -1800\vec{i}$$

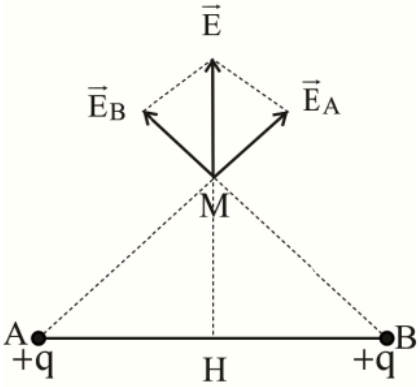
چون $\vec{E}_C$ در نقطه O در خلاف جهت محور است، پس q_C مثبت است. درنهایت با استفاده از رابطهٔ میدان الکتریکی، q_C را به‌دست می‌آوریم:

$$E_C = k\frac{|q_C|}{r_C^2} \Rightarrow 1800 = \frac{9\times10^9\times|q_C|}{0/4^2} \Rightarrow |q_C| = \frac{1800\times0/16}{9\times10^9} = 32\times10^{-9}\,C = 32nC$$

$$\Rightarrow q_C = +32nc$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۸۱ گزینه ۲ درست است.



میدان الکتریکی در هر نقطه روی خط MH، قائم و به‌سمت بالاست، پس با حرکت از M تا H، حرکت در خلاف جهت میدان الکتریکی است و پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد.

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۸۲ گزینه ۱ درست است.

$$\begin{cases} \Delta U = q\Delta V \\ \Delta K = -\Delta U \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = -q(v_B - v_A)$$

$$\frac{1}{2}\times0/25\times10^{-6}\,(v_B^2 - 4^2) = -2/5\times10^{-6}\times0/5$$

$$v_B^2 - 16 = -10 \rightarrow v_B^2 = 6 \rightarrow v_B = \sqrt{6}\,\frac{m}{s}$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۸۳ گزینه ۳ درست است.

ابتدا فاصلهٔ دو نقطه A و B را به‌دست می‌آوریم:

$$d_{AB} = ۶۰ - (۲۵ + ۱۵) = ۲۰ cm$$

چون میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ رسانا یکنواخت است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow \frac{\Delta V_۱}{d_۱} = \frac{\Delta V_۲}{d_۲} \Rightarrow \frac{۱۵}{۰/۶} = \frac{|\Delta V_{AB}|}{۰/۲} \Rightarrow |\Delta V_{AB}| = ۵V$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۸۴ گزینه ۲ درست است.

$$\left.\begin{array}{l} C_۲ = \frac{Q}{V} \\ C_۱ = \frac{Q}{۳V} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{C_۲}{C_۱} = ۳$$

$$U = \frac{۱}{۲}CV^۲ \rightarrow \frac{U_۲}{U_۱} = \frac{\frac{۱}{۲}C_۲V^۲}{\frac{۱}{۲}C_۱V^۲} = \frac{C_۲}{C_۱} = ۳$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۸۵ گزینه ۳ درست است.

$$Q = CV$$

$$\frac{Q_۲}{Q_۱} = \frac{V_۲}{V_۱} \rightarrow \frac{Q_۱ + ۶۰}{Q_۱} = \frac{۵}{۳} \rightarrow ۳Q_۱ + ۱۸۰ = ۵Q_۱$$

$$Q_۱ = ۹۰ \mu C$$

$$U = \frac{۱}{۲}CV^۲$$

$$\frac{U_۲}{U_۱} = (\frac{V_۲}{V_۱})^۲ \rightarrow \frac{U_۱ + ۸۰۰}{U_۱} = (\frac{۵}{۳})^۲$$

$$۹U_۱ + ۹ \times ۸۰۰ = ۲۵U_۱ \rightarrow U_۱ = \frac{۹ \times ۸۰۰}{۱۶}$$

$$U_۱ = ۴۵۰ \mu J$$

$$U_۱ = \frac{Q_۱^۲}{۲C} \rightarrow ۴۵۰ = \frac{(۹۰)^۲}{۲C}$$

$$۹۰۰C = ۹۰ \times ۹۰ \rightarrow C = ۹ \mu F$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۸۶ پس از وصل کردن کلید، الکترون‌ها از کرهٔ (۲) به طرف کرهٔ (۱) شارش می‌کنند تا زمانی که بار هر یک از کره‌ها برابر شوند، که در این حالت بار الکتریکی هر کدام از کره‌ها برابر است با:

$$q'_۱ = q'_۲ = \frac{q_۱ + q_۲}{۲} = \frac{۱۰ + (-۳۰)}{۲} = -۱۰\mu C$$

اندازهٔ بار الکتریکی جابه‌جا شده بین دو کره برابر است با:

$$|\Delta q| = |q'_۱ - q_۱| = |-۱۰ - ۱۰| = ۲۰\mu C$$

یا

$$|\Delta q| = |q'_۲ - q_۲| = |-۱۰ - (-۳۰)| = ۲۰\mu C$$

بنابراین جریان متوسط برابر است با:

$$\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{۲۰ \times ۱۰^{-۶}}{۱۰^{-۵}} = ۲A$$

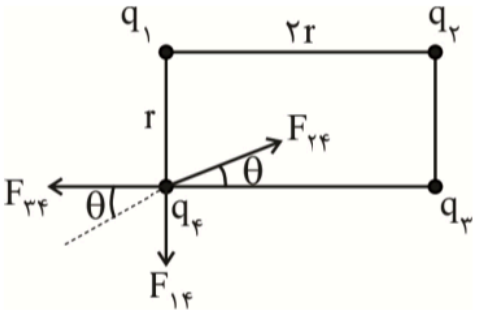
(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۸۷ **گزینه ۱ درست است.**

$$F = \frac{kq_۱q_۲}{r^۲} = \frac{۹ \times ۱۰^۹ \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}}{۶ \times ۶ \times ۱۰^{-۲۲}} = ۸^۲ \times ۱۰^{-۹}\ N = ۶۴nN$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۸۸ **گزینه ۳ درست است.**



$$Fnet = ۰$$

$$\frac{F_{۱۴}}{F_{۳۴}} = \tan\theta = \frac{r}{۲r} = \frac{۱}{۲}$$

$$\rightarrow \frac{\frac{Kq_۱q_۴}{r^۲}}{\frac{Kq_۳q_۴}{(۲r)^۲}} = \frac{۱}{۲} \rightarrow \frac{q_۱}{\frac{q_۳}{۴}} = \frac{۱}{۲} \rightarrow \frac{q_۱}{q_۳} = \frac{۱}{۸}$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۸۹ **گزینه ۳ درست است.**

$$F = Eq = ۵ \times ۱۰^۳ \times ۴ \times ۱۰^{-۶} = ۲۰ \times ۱۰^{-۳}\ N$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{۲۰ \times ۱۰^{-۳}}{۲ \times ۱۰^{-۳}} = ۱۰\frac{m}{s^۲}$$

$$\text{توقف } d = \frac{V_۰^۲}{۲a} = \frac{۵۰ \times ۵۰}{۲ \times ۱۰} = ۱۲۵m$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

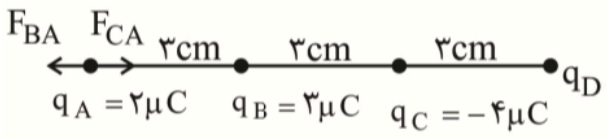
۳۹۰ **گزینه ۳ درست است.**

$$V=\frac{q}{c}=\frac{۱۵}{۵}=۳V$$

$$E=\frac{V}{d}=\frac{۳}{۱\times۱۰^{-۳}}=۳\times۱۰^{۳}\frac{N}{C}$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۹۱ **گزینه ۲ درست است.**

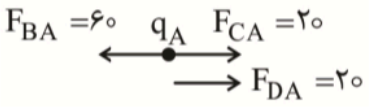


$$F_{BA}=\frac{k|q_B||q_A|}{r_B^{۲}}=\frac{۹\times۱۰^{۹}\times(۳\times۱۰^{-۶})(۲\times۱۰^{-۶})}{۹\times۱۰^{-۴}}=۶۰N$$

$$F_{CA}=\frac{k|q_C||q_A|}{r_c^{۲}}=\frac{۹\times۱۰^{۹}\times(۴\times۱۰^{-۶})(۲\times۱۰^{-۶})}{۳۶\times۱۰^{-۴}}=۲۰N$$

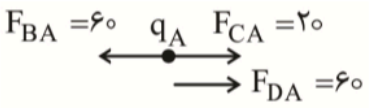
فقط می‌دانیم نیروی برآیند وارد بر q_A برابر ۲۰ نیوتن است و جهت آن را نمی‌دانیم. پس دو حالت متصور است که جهت نیروی برآیند راست و یا چپ باشد.

حالت اول: نیروی برآیند به سمت چپ باشد.



$$F_{DA}=۲۰\rightarrow ۲۰=\frac{۹\times۱۰^{۹}(q_D)(۲\times۱۰^{-۶})}{۸۱\times۱۰^{-۴}}\rightarrow q_D=-۹\mu C$$

حالت دوم: نیروی برآیند به‌سمت راست باشد.



$$F_{DA}=۶۰\rightarrow ۶۰=\frac{۹\times۱۰^{۹}(q_D)(۲\times۱۰^{-۶})}{۸۱\times۱۰^{-۴}}\rightarrow q_D=-۲۷\mu C$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۹۲ **گزینه ۴ درست است.**

$$E=\frac{F}{q}\rightarrow\frac{N}{C}$$

$$E=\frac{\Delta v}{d}\rightarrow\frac{v}{m}$$

$$E=\frac{F}{q}=\frac{ma}{I\cdot\Delta t}\rightarrow\frac{kg\frac{m}{S^{۲}}}{A\cdot S}=\frac{kg\,m}{A\cdot S^{۳}}$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۹۳ گزینه ۳ درست است.

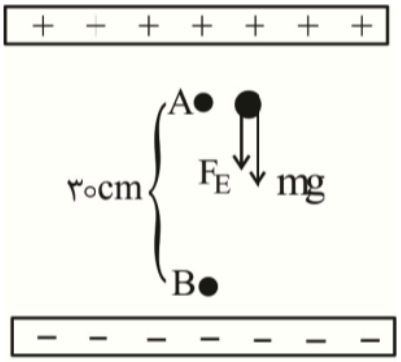
$$mg = ۲\times۱۰^{-۶}\times۱۰ = ۲\times۱۰^{-۵}\ N$$

$$F_E = Eq = ۲/۵\times۱۰^{۳}\times۴\times۱۰^{-۹} = ۱\times۱۰^{-۵}\ N$$

$$F_{net} = mg + F_E = ۳\times۱۰^{-۵}\ N$$

$$a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{۳\times۱۰^{-۵}}{۲\times۱۰^{-۶}} = ۱۵\frac{m}{s^۲}$$

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \rightarrow v^۲ = ۲\times۱۵\times۰/۳ = ۹ \rightarrow v = ۳\frac{m}{s}$$



(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۹۴ گزینه ۴ درست است.

$$u_۱ = \frac{q^۲}{۲c} \qquad u_۲ = \frac{(q - ۳\times۱۰^{-۶})^۲}{۲c} \qquad \Delta u = -۱۴/۲۵\times۱۰^{-۶}\ J$$

$$u_۱ - u_۲ = \frac{q^۲}{۲c} - (\frac{q^۲}{۲c} + \frac{۹\times۱۰^{-۱۲}}{۲c} - \frac{۶\times۱۰^{-۶}q}{۲c}) = -۱۴/۲۵\times۱۰^{-۶}\ J$$

$$\frac{۹\times۱۰^{-۱۲}}{۲\times۶\times۱۰^{-۶}} - \frac{۶\times۱۰^{-۶}q}{۲\times۶\times۱۰^{-۶}} = -۱۴/۲۵\times۱۰^{-۶} \rightarrow \frac{۳}{۴}\times۱۰^{-۶} - \frac{q}{۲} = -۱۴/۲۵\times۱۰^{-۶}$$

$$\rightarrow \frac{q}{۲} = ۱۵\times۱۰^{-۶} \rightarrow q = ۳۰\times۱۰^{-۶}\ c = ۳۰\mu C$$

$$V = \frac{q}{c} = \frac{۳۰}{۶} = ۵v$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۹۵ گزینه ۴ درست است.

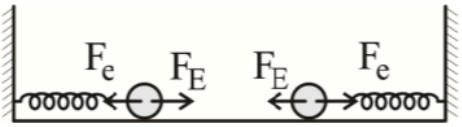
$$\Delta q = -ne = -۵\times۱۰^{۱۳}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹} = ۸\times۱۰^{-۶}\ C = ۸\mu C$$

$$q = ۵q_۰ \rightarrow \Delta q = q - q_۰ = ۵q_۰ - q_۰ = ۴q_۰ \rightarrow q_۰ = \frac{\Delta q}{۴} = ۲\mu C \rightarrow q = ۵q_۰ = ۱۰\mu C$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۳۹۶ گزینه ۴ درست است.



در حالت جدید گلوله‌ها در حال تعادل‌اند.

$$F_e = F_E \rightarrow k\Delta x = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \rightarrow k \times \frac{5}{100} = \frac{9\times10^9 \times 2\times10^{-6} \times 2\times10^{-6}}{36\times10^{-4}}$$

$$K = 10 \times \frac{100}{5} = 200 \frac{N}{m}$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

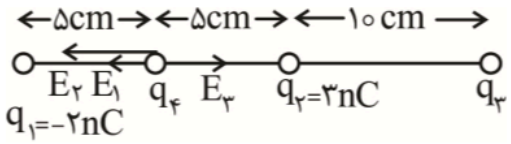
۳۹۷ گزینه ۴ درست است.

نیروهای درون هسته متوازن هستند، پس نیروی ربایش هسته‌ای هم‌اندازه نیروی دافعه الکتریکی است.

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{9\times10^9 \times (1/6\times10^{-19}) \times (1/6\times10^{-19})}{(2/4\times10^{-15})^2} = 40\,N$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۹۸ گزینه ۴ درست است.



میدان در نقطه‌ای که q_4 قرار دارد صفر است.

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{(9\times10^9)(2\times10^{-9})}{(0/05)^2} = \frac{18}{25}\times10^4 \frac{N}{C}$$

$$E_2 = \frac{k|q_2|}{r_2^2} = \frac{(9\times10^9)(3\times10^{-9})}{(0/05)^2} = \frac{27}{25}\times10^4 \frac{N}{C}$$

$$E_3 = E_1 + E_2 \rightarrow (\frac{18}{25} + \frac{27}{25})\times10^4 = \frac{(9\times10^9)|q_3|}{(0/15)^2} \rightarrow |q_3| = 45\times10^{-9}\,C$$

میدان بار q_3 به‌سمت راست است، پس بار q_3 منفی است.

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۹۹ گزینه ۴ درست است.

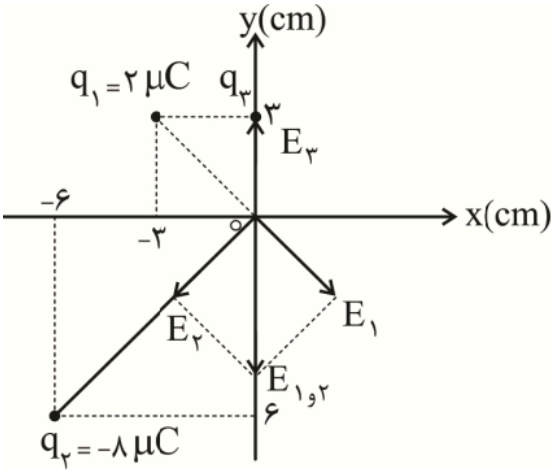
$$q = CV \rightarrow \Delta q = C\Delta V \rightarrow 60 = C\times5 \rightarrow C = \frac{60}{5} = 12\mu F$$

$$U_1 = \frac{1}{2}CV_1^2 = \frac{1}{2}\times12\times(8)^2 = 384\mu J$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۰۰ **گزینه ۴ درست است.**



$$E_۱ = \frac{k|q_۱|}{r_۱^۲} = \frac{۹\times۱۰^۹ \times ۲\times۱۰^{-۶}}{(۳\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲})^۲} = \frac{۱۸\times۱۰^۳}{۱۸\times۱۰^{-۴}} = ۱۰^۷ \frac{N}{C}$$

$$E_۲ = \frac{k|q_۲|}{r_۲^۲} = \frac{۹\times۱۰^۹ \times ۸\times۱۰^{-۶}}{(۶\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲})^۲} = \frac{۷۲\times۱۰^۳}{۷۲\times۱۰^{-۴}} = ۱۰^۷ \frac{N}{C}$$

$$E_{۱,۲} = -۱۰^۷ \sqrt{۲}\,\vec{j}$$

$$\vec{E}_۳ = -\vec{E}_{۱,۲} \Rightarrow \vec{E}_۳ = ۱۰^۷ \sqrt{۲}\,\vec{j}$$

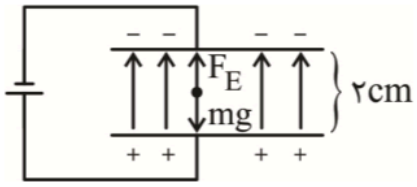
$$E_۳ = \frac{k|q_۳|}{r_۳^۲} \rightarrow ۱۰^۷ \sqrt{۲} = \frac{۹\times۱۰^۹ \times \sqrt{۲}\times۱۰^{-۶}}{r_۳^۲} \rightarrow r_۳ = ۳\times۱۰^{-۲}\ m$$

$$F_{۱۳} = \frac{k|q_۱||q_۳|}{r^۲} = \frac{۹\times۱۰^۹ \times ۲\times۱۰^{-۶} \times \sqrt{۲}\times۱۰^{-۶}}{(۳\times۱۰^{-۲})^۲} = ۲۰\sqrt{۲}\ N$$

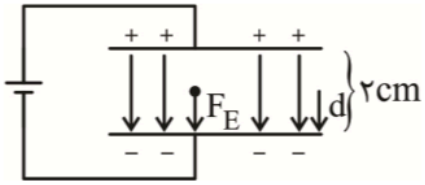
(فصل ۱، یازدهم)

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۴۰۱ **گزینه ۴ درست است.**



$$F_E = mg = ۱۰^{-۵}\ N$$



$$\Delta U = -W = -F.d.\cos\theta$$

$$\rightarrow \Delta U = -۱۰^{-۵} \times ۱۰^{-۲} \times ۱ = ۱۰^{-۷}\ J = ۱۰^{-۱}\ \mu J$$

(فصل ۱، یازدهم)

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۰۲ **گزینه ۳ درست است.**

پس از پر شدن خازن جریان صفر می‌شود، پس ولتاژ باتری همان نیروی محرکه آن است.

$$V = \varepsilon - Ir \ , I = ۰ \rightarrow V = \varepsilon = ۴V$$

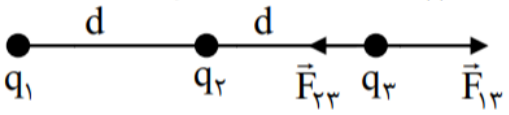
$$\Delta q = CV = ۱ \times ۴ = ۴nC = ۴ \times ۱۰^{-۹} \ C$$

$$n = \frac{\Delta q}{e} = \frac{۴ \times ۱۰^{-۹}}{۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}} = ۲/۵ \times ۱۰^{۱۰}$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۴۰۳ **گزینه ۴ درست است.**

شرط سؤال در صورتی برقرار می‌شود که اندازهٔ نیروی $\vec{F}_{۱۳}$ دو برابر اندازهٔ نیروی $\vec{F}_{۲۳}$ و در خلاف جهت آن باشد.



$$\frac{۱}{۲} = \frac{F_{۲۳}}{F_{۱۳}} = \frac{\cancel{k} \, |q_۲| \, |\cancel{q_۳}| \,/\, \cancel{d^۲}}{\cancel{k} \, |q_۱| \, |\cancel{q_۳}| \,/\, (۲\cancel{d})^۲} = ۴\frac{|q_۲|}{|q_۱|} \rightarrow \frac{|q_۲|}{|q_۱|} = \frac{۱}{۸} \xrightarrow{\text{ناهمنام}} \frac{q_۲}{q_۱} = -\frac{۱}{۸}$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۴۰۴ **گزینه ۳ درست است.**

فقط گزارهٔ «ث» نادرست است.

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۴۰۵ **گزینه ۳ درست است.**

از آنجایی که جسم الکترون دریافت کرده می‌توان گفت $\Delta q = -ne$. بنابراین داریم:

$$\Delta q = -ne \xrightarrow{q_۱ = q, q_۲ = -\frac{۷۵}{۱۰۰}q} -\frac{۷۵}{۱۰۰}q - q = -ne \Rightarrow -\frac{۷}{۴}q = -ne \Rightarrow$$

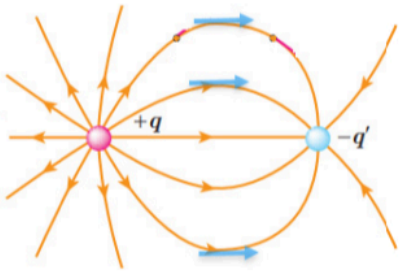
$$-\frac{۷}{۴} \times ۱۲ \times ۱۰^{-۹} = -n \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \Rightarrow n = \frac{۲۱}{۱۶} \times ۱۰^{۱۱} = ۱/۳۱۲۵ \times ۱۰^{۱۱}$$

(سنجش ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۰۶ **گزینه ۴ درست است.**

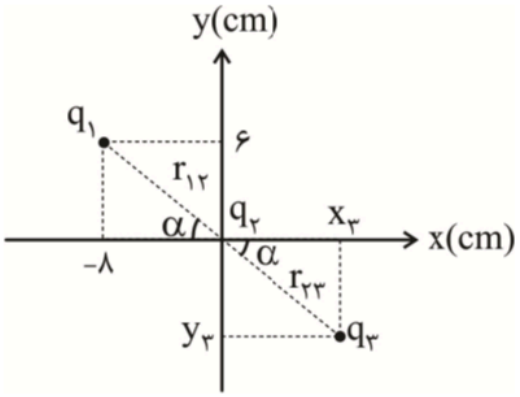
نقاط زیادی هستند که بردار میدان در آن‌ها افقی است.



(سنجش ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۴۰۷ **گزینه ۲ درست است.**

برای اینکه بار q_3 در تعادل الکتروستاتیکی قرار داشته باشد، باید هر سه بار بر روی یک خط راست باشند.



$$r_{12} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\,cm$$

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow$$

$$\frac{r_{13}}{r_{23}} = \sqrt{\frac{|q_1|}{|q_2|}} = \frac{3}{2} \Rightarrow r_{13} = \frac{3}{2} r_{23} \Rightarrow$$

$$10 + r_{23} = 1/5 r_{23} \Rightarrow r_{23} = 20\,cm$$

$$\cos\alpha = \frac{x}{r} \Rightarrow \frac{8}{10} = \frac{x_3}{20} \Rightarrow x_3 = 16cm$$

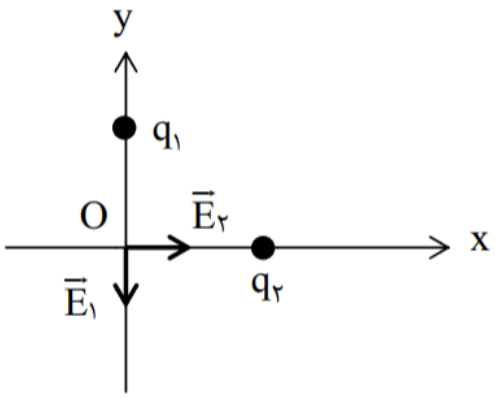
$$\sin\alpha = \frac{6}{r} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{y_3}{20} \Rightarrow y_3 = 12cm$$

$$\vec{r}_{23} = (16cm)\vec{i} - (12cm)\vec{j}$$

(سنجش ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۰۸



$$E_A = ۲\times۱۰^{۷}\frac{N}{C} \quad , \quad E_B = ۴\times۱۰^{۷}\frac{N}{C}$$

$$E = \frac{k|q|}{r^{۲}} \Rightarrow ۲\times۱۰^{۷} = \frac{۹\times۱۰^{۹}\times۲\times۱۰^{-۶}}{r^{۲}} \Rightarrow$$

$$r^{۲} = \frac{۹\times۱۰^{۹}\times۲\times۱۰^{-۶}}{۲\times۱۰^{۷}} = ۹\times۱۰^{-۴} \Rightarrow r = ۳\times۱۰^{-۲}\ m$$

$$E_۲ = ۴\times۱۰^{۷} = \frac{۹\times۱۰^{۹}|q_۲|}{۹\times۱۰^{-۴}} \Rightarrow |q_۲| = ۴\times۱۰^{-۶}\ C$$

$q_۲ = -۴\mu C$

با توجه به جهت میدان ناشی از بار $q_۲$ در مبدأ مختصات، نوع بار $q_۲$ منفی است.

$$\frac{۲۰}{۱۰۰}\times(-۴\times۱۰^{-۶}) = -۰/۸\times۱۰^{-۶}\ C$$

$$q_۱ - ۰/۸\times۱۰^{-۶} = ۲\times۱۰^{-۶} - ۰/۸\times۱۰^{-۶} = ۱/۲\times۱۰^{-۶}\ C$$

اندازه بار $q_۱$ ۴۰٪ کاهش می‌یابد $\rightarrow \frac{\Delta q_۱}{q_۱} = \frac{-۰/۸}{۲} = -۰/۴$

$$E'_۱ = ۰/۶E_۱ = ۰/۶\times۲\times۱۰^{۷} = ۱/۲\times۱۰^{۷}\frac{N}{C}$$

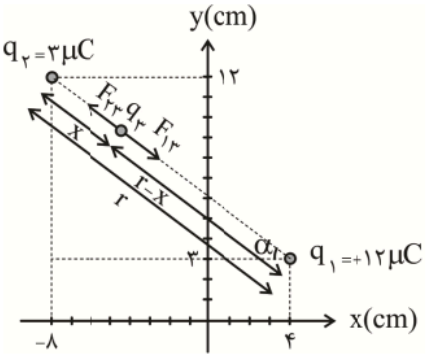
$$E'_۲ = ۰/۸E_۲ = ۰/۸\times۴\times۱۰^{۷} = ۳/۲\times۱۰^{۷}\frac{N}{C}$$

$$\vec{E'} = (۳/۲\times۱۰^{۷}\frac{N}{C})\vec{i} - (۱/۲\times۱۰^{۷}\frac{N}{C})\vec{j}$$

(سنجش ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۰۹ **گزینه ۴ درست است.**



از آن‌جایی که هر سه ذره در تعادل هستند؛ بنابراین علامت بار q_3 منفی است. فاصلهٔ دوبار q_1, q_2 برابر است با:

$$r=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(-8-4)^2+(12-3)^2}$$

$$\Rightarrow r=\sqrt{144+81}=\sqrt{225}=15cm$$

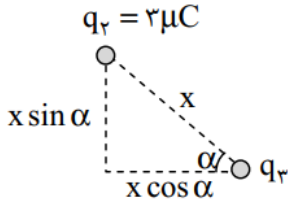
با توجه به‌اینکه بارهای q_2, q_1 هم‌نام‌اند، نقطهٔ تعادل این دو بار روی خط واصل و در نزدیکی بار q_2 است؛ بنابراین داریم:

$$F_{13}=F_{23}\Rightarrow k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2}=k\frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2}\Rightarrow\frac{|q_1|}{r_{13}^2}=\frac{|q_2|}{r_{23}^2}\Rightarrow\frac{12}{(15-x)^2}=\frac{3}{x^2}$$

$$\Rightarrow\left(\frac{15-x}{x}\right)^2=4\Rightarrow\frac{15-x}{x}=2\Rightarrow 2x=15-x\Rightarrow x=5cm$$

با توجه به شیب‌خط واصل بارها و مشخص بودن مقدار x می‌توان مختصات محل بار q_3 را به دست آورد:

$$\text{شیب خط واصل بارهای } q_2,q_1=\tan\alpha=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}\Rightarrow\alpha=37^\circ$$



$$x\sin\alpha=5\times\sin 37^\circ=5\times 0/6=3cm$$

$$x\cos\alpha=5\times\cos 37^\circ=5\times 0/8=4cm$$

بنابراین مختصات محل بار q_3 برابر است:

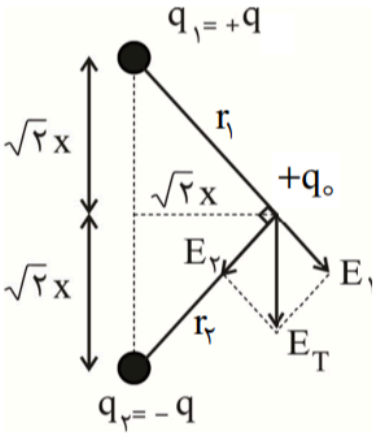
$$\left.\begin{matrix}x_{q_3}=-8+4=-4cm\\ y_{q_3}=12-3=9cm\end{matrix}\right\}\Rightarrow(-4,9)$$

حال می‌توان بار q_3 را نیز به‌دست آورد بار q_2 در حال تعادل است؛ بنابراین:

$$F_{32}=F_{12}\Rightarrow k\frac{|q_3||q_2|}{r_{32}^2}=k\frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}\Rightarrow\frac{|q_3|}{5^2}=\frac{12}{15^2}\Rightarrow|q_3|=\frac{4}{3}\Rightarrow q_3=\frac{-4}{3}\mu C$$

(سنجش ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۴۱۰ **گزینه ۴ درست است.**



$$r_1=r_2=\sqrt{(x\sqrt{2})^2+(x\sqrt{2})^2}=2x$$

$$E_1=E_2=k\frac{q}{(2x)^2}=k\frac{q}{4x^2}$$

$$E_T=\sqrt{E_1^2+E_2^2}=\sqrt{E^2+E^2}=E\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}kq}{4x^2}$$

$$\xrightarrow{k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}E_T=\frac{\sqrt{2}q}{4x^2}\times\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}=\frac{\sqrt{2}q}{16\pi\varepsilon_0x^2}\Rightarrow\vec{E}_T=\frac{-\sqrt{2}q}{16\pi\varepsilon_0x^2}\vec{j}$$

(سنجش ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۱۱ **گزینه ۴ درست است.**

اندازهٔ کار انجام‌شده در این جابه‌جایی برابر است با:

$$|W| = |\Delta U| = |q'.\Delta V| = |۲\times۱۰^{-۶}\times(۵۰۰-۳۰۰)| = ۴\times۱۰^{-۴}\ J$$

(سنجش ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۴۱۲ **گزینه ۲ درست است.**

$$\Delta K = -\Delta U \Rightarrow \Delta K = -q\Delta V \quad (۱)$$

$$|\Delta V| = Ed \Rightarrow \frac{|\Delta V_۱|}{d_۱} = \frac{|\Delta V_۲|}{d_۲} \Rightarrow \frac{۶۰۰}{۱۵} = \frac{|\Delta V_۲|}{۱۰} \Rightarrow$$

$$|\Delta V_۲| = ۴۰۰v = V_B - V_A = -۴۰۰V \quad (۲)$$

$$(۱) \Rightarrow \frac{۱}{۲}m(v_B^۲ - v_A^۲) = -q\Delta V \Rightarrow$$

$$\frac{۱}{۲}m(۰-۴۰۰) = -(-۲\times۱۰^{-۶})(-۴۰۰) \Rightarrow$$

$$۲۰۰m = ۸\times۱۰^{-۴} \Rightarrow m = \frac{۸\times۱۰^{-۴}}{۲\times۱۰^۲} = ۴\times۱۰^{-۶}\ kg = ۴mg$$

(فیزیک ۲ - فصل ۲ ، ص ۲۲ ؛ سطح دشواری: دشوار)

(سنجش ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - دشوار)

۴۱۳ **گزینه ۱ درست است.**

خازن پس از شارژ شدن از مولد جدا شده، پس بار آن ثابت می‌ماند. بنابراین بار روی صفحات ثابت است؛ بنابراین عبارت «ت» نادرست است. حال ظرفیت خازن را بررسی می‌کنیم:

عبارت «پ» نادرست است؛ زیرا:

$$C = k\varepsilon_۰\frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_۲}{C_۱} = \frac{k_۲}{k_۱}\times\frac{A_۲}{A_۱}\times\frac{d_۱}{d_۲} = \frac{۲}{۱}\times۱\times\frac{d}{\frac{d}{۲}} = ۴$$

نسبت اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن برابر است با:

عبارت «ب» نادرست است.

$$q = CV \Rightarrow \frac{q_۲}{q_۱} = \frac{C_۲}{C_۱}\times\frac{V_۲}{V_۱} \Rightarrow ۱ = ۴\times\frac{V_۲}{V_۱} \Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{۱}{۴}$$

نسبت میدان الکتریکی بین صفحات خازن برابر است با:

عبارت «الف» نادرست است.

$$E = \frac{|V|}{d} \Rightarrow \frac{E_۲}{E_۱} = \frac{V_۲}{V_۱}\times\frac{d_۱}{d_۲} \Rightarrow \frac{E_۲}{E_۱} = \frac{۱}{۴}\times\frac{d}{\frac{d}{۲}} = \frac{۱}{۲}$$

(سنجش ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۱۴ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** با توجه به جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی (تریبوالکتریک)، جسم B نسبت به A، به انتهای منفی سری نزدیک‌تر است، بنابراین جسم B الکترون‌خواه‌تر است و الکترون از جسم A به جسم B منتقل شده است.

گام دوم: بار الکتریکی جسم B برابر با $-۸nC$ است. به کمک رابطهٔ $q=-ne$ تعداد الکترون مبادله‌شده بین دو جسم را به دست می‌آوریم:

$$q_B=-ne \Rightarrow -۸\times۱۰^{-۹}=-n\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹} \Rightarrow n=۵\times۱۰^{۱۰}$$

توجه کنید که n، اختلاف تعداد الکترون و پروتون در جسم B است و از آن‌جا که قبل از مالش جسم B خنثی بوده است، n بیانگر تعداد الکترون مبادله‌شده است.

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۴۱۵ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** جهت میدان الکتریکی ناشی از بار Q در نقطهٔ M در جهت مثبت محور x است. مطابق شکل مقابل با در نظر گرفتن بار آزمون مثبت در نقطهٔ M، علامت بار Q را مشخص می‌کنیم:



بار Q باید مثبت باشد تا جهت میدان در نقطهٔ M به سمت راست باشد. (همدیگر را دفع کردند.)

گام دوم: اندازهٔ میدان الکتریکی ناشی از بار Q در فاصلهٔ $۳d$ (نقطهٔ M) برابر $۷/۲\times۱۰^{۵}\ N/C$ است. به کمک رابطهٔ $E=\frac{k|q|}{r^۲}$ داریم:

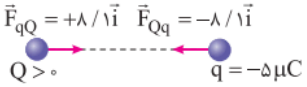
$$E=\frac{k|q|}{r^۲} \Rightarrow ۷/۲\times۱۰^{۵}=\frac{k|Q|}{(۳d)^۲} \Rightarrow ۷/۲\times۱۰^{۵}=\frac{k|Q|}{۹d^۲} \Rightarrow ۹\times۷/۲\times۱۰^{۵}=\frac{k|Q|}{d^۲}$$

گام سوم: به کمک رابطهٔ $F=\frac{k|q_۱||q_۲|}{r^۲}$، اندازهٔ نیروی الکتریکی بین دو بار $q=-۵\mu C$ و Q که در فاصلهٔ $۲d$ از هم قرار دارند را به دست می‌آوریم.

$$F=\frac{k|q_۱||q_۲|}{r^۲} \Rightarrow F=\frac{k\times۵\times۱۰^{-۶}\times|Q|}{(۲d)^۲}=\frac{k|Q|}{d^۲}\times\frac{۵\times۱۰^{-۶}}{۴}$$

$$\xrightarrow{\frac{k|Q|}{d^۲}=۹\times۷/۲\times۱۰^{۵}} F=۹\times۷/۲\times۱۰^{۵}\times\frac{۵\times۱۰^{-۶}}{۴}=۸۱\times۱۰^{-۱}=۸/۱N$$

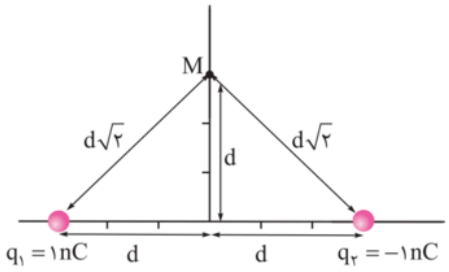
گام چهارم: شکل مقابل جهت نیروی وارد بر بار Q از طرف بار q را نشان می‌دهد.



(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

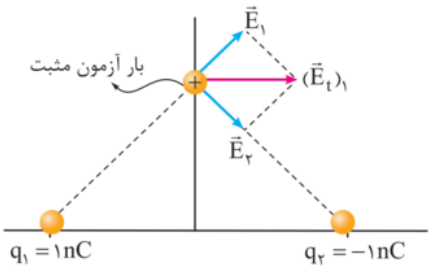
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۱۶ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** بارهای الکتریکی q_1 و q_2، دوقطبی الکتریکی هستند، بنابراین $q_2 = -1nC$ است. مطابق شکل مقابل، فاصلهٔ بین بارهای q_1 و q_2 تا مبدأ را d فرض می‌کنیم و سپس میدان ناشی از بارهای q_1 و q_2 را در نقطهٔ M به دست می‌آوریم:



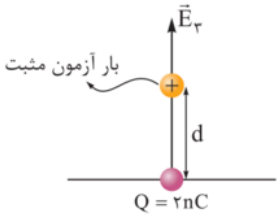
$$E_1 = E_2 = \frac{k|q_1|}{(d\sqrt{2})^2} = \frac{k\times 10^{-9}}{2d^2}$$

گام دوم: شکل مقابل جهت میدان‌های $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ را در نقطهٔ M نشان می‌دهد. برایند آن‌ها را به دست می‌آوریم:



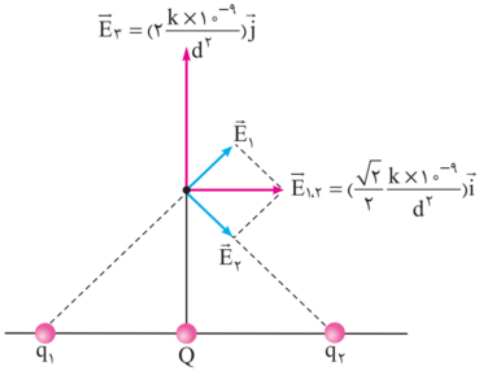
$$(E_t)_1 = E_1\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{k\times 10^{-9}}{d^2}$$

گام سوم: میدان الکتریکی ناشی از بار $Q = 2nC$ را که در مبدأ مختصات قرار می‌گیرد، در نقطهٔ M به دست می‌آوریم. شکل مقابل جهت میدان ناشی از این بار را که $\vec{E}_3$ نامیده‌ایم، نشان می‌دهد.



$$E_3 = \frac{kQ}{r^2} = \frac{k\times 2\times 10^{-9}}{d^2}$$

گام چهارم: برایند میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1، q_2 و Q را به دست می‌آوریم و آن را $(\vec{E}_t)_2$ می‌نامیم. شکل مقابل میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_1$، $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_3$ را نشان می‌دهد.



$$(E_t)_2 = \sqrt{(E_{1,2})^2 + E_3^2}$$

$$(E_t)_2 = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{k\times 10^{-9}}{d^2}\right)^2 + \left(2\times\frac{k\times 10^{-9}}{d^2}\right)^2}$$

$$(E_t)_2 = \frac{k\times 10^{-9}}{d^2}\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (2)^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}\frac{k\times 10^{-9}}{d^2}$$

گام پنجم: حالا نوبت نسبت‌گرفتن است:

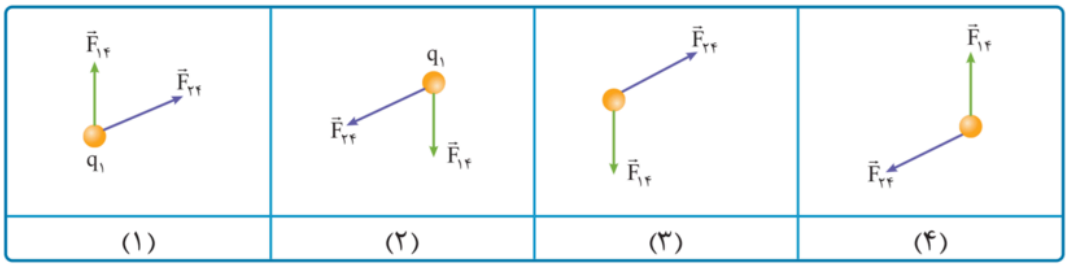
$$\frac{(E_t)_2}{(E_t)_1} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}\frac{k\times 10^{-9}}{d^2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{k\times 10^{-9}}{d^2}} = 3$$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

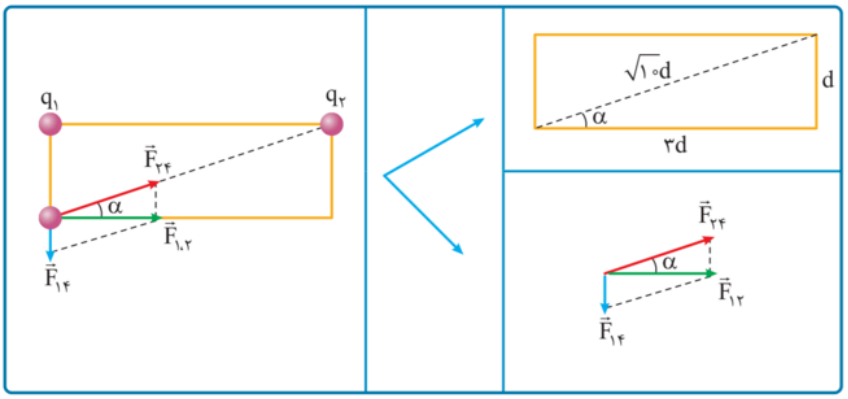
۴۱۷ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** نیروی الکتریکی‌ای که بار q_3 به بار q_4 وارد می‌کند در راستای محور x است، پس خیالمان از بابت بار q_3 راحت است. حال باید برایند نیروهایی که بارهای q_1 و q_2 به بار q_4 وارد می‌کنند در راستای محور x باشد.

جهت نیرویی که بارهای q_1 و q_2 با بار q_4 وارد می‌کنند به چهار شکل زیر می‌تواند باشد.



برایند نیروها در شکل (۱) و (۲) در راستای محور x نخواهد بود، بنابراین شکل (۳) یا (۴) برای ما مطلوب است که در این دو شکل یکی از نیروها از نوع جاذبه و دیگری از نوع دافعه است تا این‌جا متوجه می‌شویم که بارهای q_2 و q_1 ناهمنام هستند. (رد ۱ و ۳)

گام دوم: حال شکل سوم در گام اول را انتخاب می‌کنیم و با توجه به این‌که باید برایند آن‌ها در راستای محور x باشد، روابط بین دو نیرو را مشخص می‌کنیم.



$$\underbrace{\sin\alpha=\frac{d}{\sqrt{10}d}}_{\text{براساس هندسهٔ سؤال}}\ ,\ \underbrace{\sin\alpha=\frac{F_{14}}{F_{24}}}_{\text{براساس زاویهٔ بین نیروها}}\Rightarrow\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{F_{14}}{F_{24}}$$

گام سوم: با استفاده از رابطهٔ $F=\frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$ نسبت بارهای q_1 و q_2 را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F_{14}}{F_{24}}=\frac{1}{\sqrt{10}}\Rightarrow\frac{\frac{k|q_1||q_4|}{d^2}}{\frac{k|q_2||q_4|}{(\sqrt{10}d)^2}}=\frac{1}{\sqrt{10}}\Rightarrow\frac{10|q_1|}{|q_2|}=\frac{1}{\sqrt{10}}$$

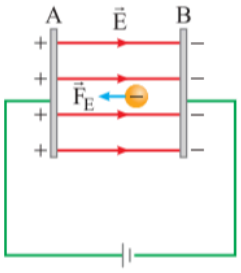
$$\Rightarrow\frac{|q_1|}{|q_2|}=\frac{1}{10\sqrt{10}}\Rightarrow\frac{|q_2|}{|q_1|}=10\sqrt{10}\xrightarrow{\text{در گام اول متوجه شدیم که } q_1 \text{ و } q_2 \text{ ناهمنام هستند.}}\frac{q_2}{q_1}=-10\sqrt{10}$$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۱۸ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** با استفاده از رابطهٔ $E=\frac{V}{d}$ اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه را به دست می‌آوریم:

$$E=\frac{V}{d}\xrightarrow[d=۲۰cm=۰/۲m]{V=۵۰۰V}E=\frac{۵۰۰}{۰/۲}=۲۵۰۰\frac{V}{m}$$



گام دوم: با توجه به پایانه‌ها، علامت بار ذخیره‌شده در صفحات A و B و جهت میدان الکتریکی را تشخیص می‌دهیم تا جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار (همون شتابمون) را مشخص کنیم. تنها نیرویی که به ذرهٔ باردار وارد می‌شود، نیروی الکتریکی $(\vec{F}_E)$ است.

گام سوم: به کمک قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی مشخص می‌کنیم که این ذرهٔ باردار، چه فاصله‌ای را باید طی کند تا متوقف شود:

$$W_t=K_۲-K_۱\xrightarrow[W_t=W_E]{K_۲=۰}|q|Ed'\cos\theta=-K_۱\xrightarrow[E=۲۵۰۰\frac{V}{m},K_۱=\frac{۱}{۲}mv_۱^۲]{\theta=۱۸۰^\circ,|q|=۸\times۱۰^{-۶}C}$$

$$\Rightarrow ۸\times۱۰^{-۶}\times۲۵۰۰\times d'=\frac{۱}{۲}\times۰/۲\times۱۰^{-۳}\times۶^۲\Rightarrow ۲\times۱۰^{-۲}\times d'=۱۰^{-۴}\times۳۶$$

$$\Rightarrow d'=۱۸\times۱۰^{-۲}m=۱۸cm$$

بنابراین ذرهٔ باردار در فاصلهٔ $(۲۰-۱۸)=۲cm$ قبل از صفحهٔ B متوقف می‌شود.

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۱۹ **پاسخ تشریحی** ابتدا ظرفیت خازن را در حالت اول حساب می‌کنیم:

$$C=\frac{\kappa\varepsilon_0 A}{d}\xrightarrow[d=3mm=3\times10^{-3}m]{\kappa=5,A=2cm^2=2\times10^{-4}m^2}C_1=\frac{5\times9\times10^{-12}\times2\times10^{-4}}{3\times10^{-3}}=3\times10^{-12}F$$

حالا به بررسی عبارات می‌پردازیم:

الف) درست ـ ظرفیت خازن در حالت دوم را نیز به دست آورده و با حالت اول مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{C_2}{C_1}=\frac{\kappa_2}{\kappa_1}\times\frac{A_2}{A_1}\times\frac{d_1}{d_2}\xrightarrow{A_2=A_1,\ d_2=d_1}\frac{C_2}{C_1}=\frac{\kappa_2}{\kappa_1}\xrightarrow{\kappa_1=5\kappa_2}\frac{C_2}{C_1}=\frac{1}{5}$$

$$\xrightarrow{C_1=3\times10^{-12}F=3pF}\frac{C_2}{3}=\frac{1}{5}\Rightarrow C_2=0/6pF\Rightarrow C_2-C_1=0/6-3=-2/4pF$$

ب) درست ـ اختلاف پتانسیل دو سر خازن را در حالت دوم به دست آورده و با حالت اول مقایسه می‌کنیم:

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow V=\frac{Q}{C}\xrightarrow{Q\text{ثابت}}\frac{V_2}{V_1}=\frac{C_1}{C_2}=5\xrightarrow{V_1=18V}\frac{V_2}{18}=5$$

$$\Rightarrow V_2=90V\Rightarrow V_2-V_1=90-18=72V$$

پ) نادرست ـ طبق درس‌نامه می‌دانیم وقتی خازن از باتری جدا می‌شود، بار ذخیره‌شده در آن ثابت می‌ماند.

ت) درست ـ اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحه‌های خازن را در حالت اول و حالت دوم به دست آورده و با هم مقایسه می‌کنیم:

$$E=\frac{V}{d}\Rightarrow\frac{E_2}{E_1}=\frac{V_2}{V_1}\times\frac{d_1}{d_2}\xrightarrow[d_2=d_1]{\frac{V_2}{V_1}=5}\frac{E_2}{E_1}=5\times1=5$$

$$E_1=\frac{V_1}{d_1}\xrightarrow[d_1=3mm=3\times10^{-3}m]{V_1=18V}E_1=\frac{18}{3\times10^{-3}}=6000V/m=6kV/m$$

$$\xrightarrow{E_2=5E_1}E_2=5\times6=30kV/m\Rightarrow E_2-E_1=30-6=24kV/m$$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۴۲۰ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** انرژی ذخیره‌شده در خازن را حساب می‌کنیم:

$$U=\frac{1}{2}CV^2\xrightarrow[V=30V]{C=600\mu F=600\times10^{-6}F}U=\frac{1}{2}\times600\times10^{-6}\times(30)^2=0/27J$$

گام دوم: توان متوسط تخلیهٔ انرژی خازن را حساب می‌کنیم:

$$P=\frac{U}{t}\xrightarrow[t=1/2ms=1/2\times10^{-3}s]{U=0/27J}P=\frac{0/27}{1/2\times10^{-3}}=\frac{2700}{12}=225W$$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۴۲۱ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** از آن‌جا که جسم B نسبت به جسم A به انتهای منفی سری الکتریسیتهٔ مالشی نزدیک‌تر است، جسم B الکترون‌خواه‌تر است و در اثر مالش با جسم A الکترون دریافت می‌کند و بارش منفی می‌شود. (خداحافظی با ۱ و ۳)

گام دوم: مقدار بار الکتریکی مضرب درستی از بار بنیادی e است. ۲ و ۴ را مورد بررسی قرار می‌دهیم:

از آن‌جا که گزینه‌ها برحسب نانوکولن داده شده، برای مقایسهٔ آن‌ها با بار بنیادی $(e=1/6\times10^{-9}C)$ باید آن‌ها را در 10^{-9} ضرب کنیم تا به کولن تبدیل شوند، سپس مقدار n را به دست می‌آوریم.

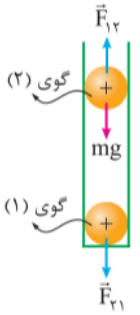
۲ $q=-ne\Rightarrow-8\times10^{-19}=-n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=5$ ✓

۴ $q=-ne\Rightarrow-6\times10^{-19}=-n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=3/75$ ✗

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۲۲ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** مطابق شکل مقابل، برای این‌که گوی بالایی به حالت معلق بماند، باید اندازهٔ نیروی وزن آن با اندازهٔ نیروی کولنی که از طرف گوی پایینی به آن وارد می‌شود با هم برابر باشند.



$$F_{12}=mg\Rightarrow\frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2}=mg\Rightarrow\frac{9\times10^9\times q^2}{(0/02)^2}=(3/6\times10^{-3})\times10$$

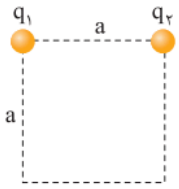
$$\Rightarrow q^2=\frac{36\times10^{-3}\times4\times10^{-4}}{9\times10^9}=16\times10^{-16}\Rightarrow q=4\times10^{-8}C$$

گام دوم: با استفاده از رابطهٔ $q=\pm ne$، اختلاف تعداد پروتون‌ها و الکترون‌ها (تعداد الکترون‌های کنده‌شده نسبت به حالت خنثی) را به دست می‌آوریم (*خلاصه بگم دنبال n هستیم*).

$$q=ne\Rightarrow 4\times10^{-8}=n\times1/6\times10^{-19}\Rightarrow n=\frac{4\times10^{-8}}{1/6\times10^{-19}}=2/5\times10^{11}$$

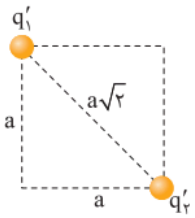
(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۴۲۳ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** شکل زیر وضعیت دو گوی q_1 و q_2 را قبل از تماس نشان می‌دهد. بزرگی نیروی الکتریکی بین دو ذره در این حالت برابر است با:



$$F_1=\frac{k|q_1||q_2|}{r^2}=\frac{k\times6\times10^{-9}\times4\times10^{-9}}{a^2}=24\frac{k\times10^{-18}}{a^2}$$

گام دوم: شکل زیر وضعیت گوی‌ها را پس از تماس و در شرایط جدید نمایش می‌دهد.



پس از محاسبهٔ q'_1 و q'_2 در حالت جدید، اندازهٔ نیروی الکتریکی بین این دو بار ذره‌ای را به دست می‌آوریم:

$$q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2}=\frac{4+(-6)}{2}=-1\,nC$$

$$F_2=\frac{k|q'_1||q'_2|}{r'^2}=\frac{k\times1\times10^{-9}\times1\times10^{-9}}{(a\sqrt{2})^2}=\frac{1}{2}\frac{k\times10^{-18}}{a^2}$$

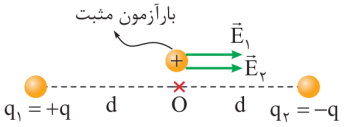
گام سوم: نسبت اندازهٔ نیروی الکتریکی در حالت دوم به حالت اول را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F_2}{F_1}=\frac{\frac{1}{2}\frac{k\times10^{-18}}{a^2}}{24\frac{k\times10^{-18}}{a^2}}=\frac{1}{48}$$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۲۴ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** جهت میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ (O) را مشخص کرده و اندازهٔ آن را به دست می‌آوریم. شکل مقابل، جهت میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_2 را در نقطهٔ (O) نشان می‌دهد.

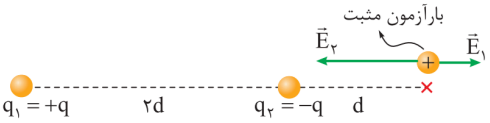


میدان الکتریکی برایند (خالص) در جهت محور x و از حاصل‌جمع E_1 و E_2 به دست می‌آید:

$$E_1=E_2=\frac{k|q|}{d^2}\Rightarrow E_O=E_1+E_2=\frac{2k|q|}{d^2}$$

فعلاً گزارهٔ «الف» صحیح است.

گام دوم: جهت میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ (A) را مشخص کرده و اندازهٔ آن را به دست می‌آوریم.



شکل مقابل، جهت میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_2 را در نقطهٔ (A) نشان می‌دهد.

با توجه به یکسان‌بودن اندازهٔ بارهای q_1 و q_2 و نزدیک‌تر بودن بار q_2 به نقطهٔ A، اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 بزرگ‌تر است، بنابراین اندازهٔ میدان الکتریکی برایند آن‌ها از در نقطهٔ A تفاضل E_1 و E_2 و در جهت میدان بزرگ‌تر (یعنی $\vec{E}_2$) خواهد بود. بنابراین، میدان الکتریکی برایند (خالص) در این نقطه، در خلاف جهت محور x است و نتیجه می‌گیریم گزارهٔ «ب» نادرست است. حال اندازهٔ برایند میدان الکتریکی در نقطهٔ (A) را به دست می‌آوریم:

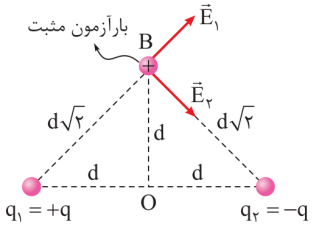
$$\left.\begin{aligned}E_1&=\frac{k|q_1|}{r_1^2}=\frac{k|q|}{(3d)^2}=\frac{k|q|}{9d^2}\\E_2&=\frac{k|q_2|}{r_2^2}=\frac{k|q|}{d^2}\end{aligned}\right\}E_A=E_2-E_1=\frac{k|q|}{d^2}-\frac{k|q|}{9d^2}=\frac{8k|q|}{9d^2}$$

گام سوم: نسبت اندازهٔ میدان الکتریکی برایند در نقطهٔ (O) به نقطهٔ (A) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{E_O}{E_A}=\frac{\frac{2k|q|}{d^2}}{\frac{8k|q|}{9d^2}}=\frac{18}{8}=\frac{9}{4}=2/25$$

بنابراین گزارهٔ «پ» صحیح است.

گام چهارم: اندازهٔ میدان الکتریکی برایند را در نقطهٔ (B) به دست می‌آوریم و نسبت آن را به اندازهٔ میدان الکتریکی در نقطهٔ (A) محاسبه می‌کنیم.



شکل مقابل، وضعیت میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_2 را در نقطهٔ (B) نشان می‌دهد. با توجه به هندسهٔ شکل و عمودبودن این دو میدان، برای محاسبهٔ اندازهٔ میدان الکتریکی برایند، از رابطهٔ فیثاغورس استفاده می‌کنیم.

اندازهٔ میدان‌های الکتریکی E_1 و E_2 و اندازهٔ میدان الکتریکی برایند (خالص) را در نقطهٔ B به دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{aligned}E_1&=\frac{k|q_1|}{r_1^2}=\frac{k|q|}{(d\sqrt{2})^2}=\frac{k|q|}{2d^2}\\E_2&=\frac{k|q_2|}{r_2^2}=\frac{k|q|}{(d\sqrt{2})^2}=\frac{k|q|}{2d^2}\end{aligned}\right\}\Rightarrow E_B=\sqrt{E_1^2+E_2^2}\xrightarrow{E_1=E_2}E_B=E_1\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{k|q|}{d^2}$$

$$\frac{E_B}{E_A}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{k|q|}{d^2}}{\frac{8}{9}\frac{k|q|}{d^2}}=\frac{9\sqrt{2}}{16}$$

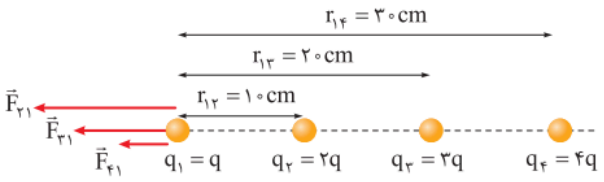
حالا نوبت محاسبهٔ $\frac{E_B}{E_A}$ است.

پس گزارهٔ «ت» هم درست است.

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۲۵ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 ناشی از بارهای q_2، q_3 و q_4 را به صورت جداگانه به دست می‌آوریم. شکل مقابل، جهت نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 و فاصلهٔ بارهای q_2، q_3 و q_4 را نسبت به بار q_1 نشان می‌دهد.



$$F_{21}=\frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2}=\frac{k\times q\times 2q}{(0/1)^2}=200kq^2$$

$$F_{31}=\frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2}=\frac{k\times q\times 3q}{(0/2)^2}=75kq^2$$

$$F_{41}=\frac{k|q_1||q_4|}{r_{14}^2}=\frac{k\times q\times 4q}{(0/3)^2}=\frac{400}{9}kq^2$$

گام دوم: با توجه به هم‌جهت بودن نیروهای $\vec{F}_{21}$، $\vec{F}_{31}$ و $\vec{F}_{41}$ اندازهٔ نیروی الکتریکی خالص (برایند) این نیروها برابر با حاصل‌جمع آن‌ها است.

$$F_{t,q_1}=F_{21}+F_{31}+F_{41}=200kq^2+75kq^2+\frac{400}{9}kq^2=\frac{2875}{9}kq^2$$

طبق فرض سؤال، اندازهٔ نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1، $11/5N$ است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{2875}{9}kq^2=11/5\Rightarrow q^2=\frac{11/5\times 9}{2875\times 9\times 10^9}=4\times 10^{-12}\Rightarrow q=2\times 10^{-6}C=2\mu C$$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۲۶ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** ابتدا وضعیت قرارگیری بار Q را مشخص می‌کنیم. برای این‌که نیروی الکتریکی خالص وارد بر بارهای q_1 و q_2 صفر شود، باید نیروهای وارد بر آن‌ها در خلاف جهت هم باشند.

در شکل زیر وضعیت بارهای q_1 و q_2 و جهت نیروهایی که به هم وارد می‌کنند مشخص شده است.

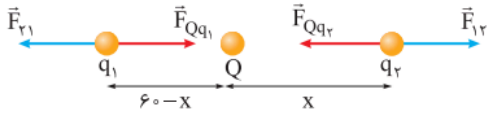


حال نیاز به نیروی دیگری داریم که بتواند شرایط نیروها را به صورت شکل زیر تغییر دهد و آن نیروی ناشی از بار Q است.



و در شرایطی این اتفاق می‌افتد که بار Q منفی باشد و بین دو بار q_1 و q_2 قرار گیرد.

گام دوم: اگر فاصلهٔ بار Q تا بار q_2 را x در نظر بگیریم، مطابق شکل زیر داریم:



$$\left.\begin{matrix} F_{21}=F_{Qq_1} \\ F_{12}=F_{Qq_2} \end{matrix}\right\} \xrightarrow{F_{21}=F_{12}} F_{Qq_1}=F_{Qq_2} \Rightarrow \frac{k\,|Q|\,|q_1|}{(60-x)^2}=\frac{k\,|Q|\,|q_2|}{x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{(60-x)^2}=\frac{36}{x^2} \Rightarrow \frac{1}{(60-x)^2}=\frac{4}{x^2} \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{60-x}=\frac{2}{x} \Rightarrow x=40\,cm$$

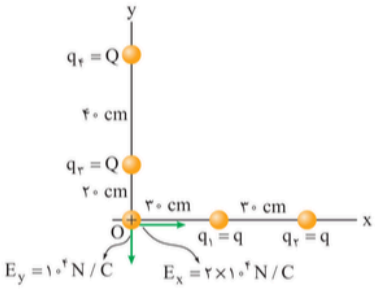
گام سوم: نوبت محاسبهٔ اندازهٔ بار Q است.

$$F_{12}=F_{Qq_2} \Rightarrow \frac{k\,|q_1|\,|q_2|}{r_{12}^2}=\frac{k\,|Q|\,|q_2|}{x^2} \Rightarrow \frac{9}{60^2}=\frac{|Q|}{40^2} \Rightarrow |Q|=\frac{9\times 40^2}{60^2}=\frac{9\times 1600}{3600} \Rightarrow |Q|=4\mu C$$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۲۷ **پاسخ: گزینهٔ ۴**



پاسخ تشریحی **گام اول:** شکل مقابل، بردار میدان الکتریکی خالص را در نقطهٔ (O) نشان می‌دهد.

بنابراین بارهای $q_۱$ و $q_۲$ باید منفی باشند تا جهت میدان الکتریکی خالص در راستای x به سمت راست باشد و بارهای $q_۳$ و $q_۴$ باید مثبت باشند تا جهت میدان الکتریکی خالص در راستای y به سمت پایین باشد.

تا همین‌جا ۱ و ۳ با ما خداحافظی می‌کنند.

گام دوم: میدان الکتریکی خالص در جهت محور x ناشی از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ بوده و اندازهٔ آن برابر $۲\times۱۰^۴ N/C$ است، بنابراین داریم:

$$\left.\begin{aligned} E_۱ &= \frac{۹\times۱۰^۹\times|q|}{(۰/۳)^۲} = |q|\times۱۰^{۱۱} \\ E_۲ &= \frac{۹\times۱۰^۹\times|q|}{(۰/۶)^۲} = ۲/۵|q|\times۱۰^{۱۰} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \vec{E}_x = \vec{E}_۱ + \vec{E}_۲ \Rightarrow (۲\times۱۰^۴)\vec{i} = (|q|\times۱۰^{۱۱})\vec{i} + (۲/۵\times۱۰^{۱۰}|q|)\vec{i}$$

$$\Rightarrow ۲\times۱۰^۴ = ۱۰|q|\times۱۰^{۱۰} + ۲/۵|q|\times۱۰^{۱۰} \Rightarrow ۲\times۱۰^۴ = ۱۲/۵|q|\times۱۰^{۱۰}$$

$$\Rightarrow |q| = \frac{۲\times۱۰^۴}{۱۲/۵\times۱۰^{۱۰}} = \frac{۴}{۲۵}\times۱۰^{-۶} C = \frac{۴}{۲۵}\mu C \Rightarrow q = -\frac{۴}{۲۵}\mu C$$

گام سوم: میدان الکتریکی خالص در جهت محور y ناشی از بارهای $q_۳$ و $q_۴$ بوده و اندازهٔ آن برابر $۱۰^۴ N/C$ است، بنابراین داریم:

$$\left.\begin{aligned} E_۳ &= \frac{k|q_۳|}{r_۳^۲} = \frac{k|Q|}{(۰/۲)^۲} = \frac{۹\times۱۰^۹\times Q}{۰/۰۴} = \frac{۹}{۴}\times۱۰^{۱۱}Q \\ E_۴ &= \frac{k|q_۴|}{r_۴^۲} = \frac{k|Q|}{(۰/۶)^۲} = \frac{۹\times۱۰^۹\times Q}{۰/۳۶} = ۲۵\times۱۰^۹ Q \end{aligned}\right\} \Rightarrow \vec{E}_y = \vec{E}_۳ + \vec{E}_۴ \Rightarrow -۱۰^۴\vec{j} = -(\frac{۹}{۴}\times۱۰^{۱۱}Q)\vec{j} - (۲۵\times۱۰^۹ Q)\vec{j}$$

$$\Rightarrow ۱۰^۴ = \frac{۹۰۰}{۴}\times۱۰^۹ Q + ۲۵\times۱۰^۹ Q \Rightarrow ۱۰^۴ = ۲۵۰\times۱۰^۹ Q$$

$$\Rightarrow Q = \frac{۱۰^۴}{۲۵۰\times۱۰^۹} = \frac{۱}{۲۵}\times۱۰^{-۶} = \frac{۱}{۲۵}\mu C$$

گام چهارم: نسبت بار Q به بار q را به دست می‌آوریم.

$$\frac{Q}{q} = \frac{\frac{۱}{۲۵}}{-\frac{۴}{۲۵}} = -\frac{۱}{۴}$$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۴۲۸ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** با توجه به این‌که تراکم خطوط میدان الکتریکی در اطراف بار $q_۱$ نسبت به بار $q_۲$ بیشتر است، اندازهٔ بار $q_۱$ بزرگ‌تر از بار $q_۲$ است، بنابراین داریم:

$$|\frac{q_۲}{q_۱}| < ۱ \Rightarrow -۱ < \frac{q_۲}{q_۱} < +۱$$

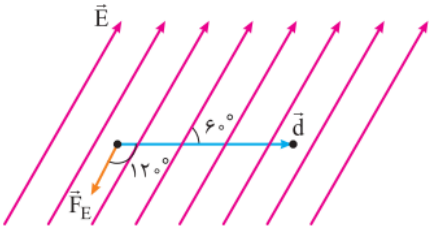
گام دوم: جهت خطوط میدان الکتریکی از بار $q_۱$ شروع و به بار $q_۲$ ختم می‌شود؛ بنابراین بار $q_۱$ مثبت و بار $q_۲$ منفی است یعنی دو بار $q_۱$ و $q_۲$، ناهمنام هستند.

$$-۱ < \frac{q_۲}{q_۱} < +۱ \xrightarrow{q_۱ \text{ و } q_۲ \text{ ناهمنام هستند}} -۱ < \frac{q_۲}{q_۱} < ۰ \Rightarrow -۱ < n < ۰$$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۲۹ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** زاویهٔ بین نیروی الکتریکی $(\vec{F}_E)$ و جابه‌جایی $(\vec{d})$ را مشخص می‌کنیم. با توجه به منفی‌بودن بار q، جهت $\vec{F}_E$ در خلاف جهت میدان الکتریکی است.



زاویهٔ بین $\vec{F}_E$ و $\vec{d}$، ۱۲۰° است.

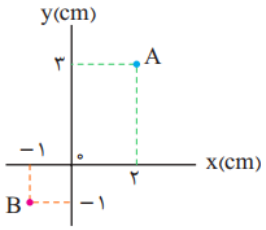
گام دوم: به کمک رابطهٔ $\Delta U_E = -E|q|d\cos\alpha$، تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی را به دست می‌آوریم:

$$\Delta U_E = -E|q|d\cos\alpha = -۴\times۱۰^{۵}\times۵۰\times۱۰^{-۶}\times\underbrace{۰/۶}_{\text{تبدیل جابه‌جایی به متر}}\times\underbrace{\cos(۱۲۰^\circ)}_{-\cos۶۰^\circ=\frac{-۱}{۲}} \Rightarrow \Delta U_E = -۱۲\times(-\frac{۱}{۲}) = +۶\ J$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی به اندازهٔ ۶ J افزایش می‌یابد.

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۴۳۰ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** دو نقطهٔ A و B را بر روی صفحهٔ مختصات مشخص می‌کنیم:

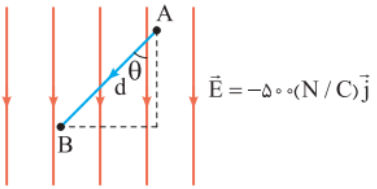


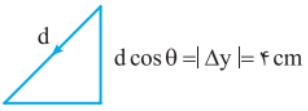
گام دوم: فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases}|\Delta x| = ۲-(-۱) = ۳\,cm\\ |\Delta y| = ۳-(-۱) = ۴\,cm\end{cases}$$

$$d = \sqrt{\Delta x^۲ + \Delta y^۲} = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = ۵\,cm$$

گام سوم: اختلاف پتانسیل دو نقطهٔ A و B را حساب می‌کنیم. مطابق شکل زیر داریم:





$$\Delta V = -Ed\cos\theta \xrightarrow{E=۵۰۰\,N/C,\ d\cos\theta=۴\,cm=۰/۰۴\,m} \Delta V = -۵۰۰\times۰/۰۴ = -۲۰\,V$$

$$\Delta V = V_B - V_A = -۲۰\,V \xrightarrow{V_A=۱۲\,V} -۲۰ = V_B - ۱۲ \Rightarrow V_B = -۸\,V$$

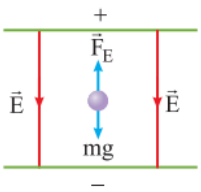
گام چهارم: پتانسیل نقطهٔ B را حساب می‌کنیم:

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۴۳۱ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحات را حساب می‌کنیم:

$$E = \frac{\Delta V}{d} \xrightarrow[d=۲\,cm=۰/۰۲\,m]{\Delta V=۴۰۰\,V} E = \frac{۴۰۰}{۰/۰۲} = ۲\times۱۰^۴\,V/m$$

گام دوم: بار الکتریکی ذره را حساب می‌کنیم. با توجه به این‌که ذره بدون انحراف به مسیر خود ادامه می‌دهد، بنابراین مطابق شکل زیر، نیروهای الکتریکی و وزن یکدیگر را خنثی می‌کنند و می‌توانیم بنویسیم:



$$F_E = mg \Rightarrow E|q| = mg$$

$$\xrightarrow[E=۲\times۱۰^۴\,N/C]{m=۵g=۵\times۱۰^{-۳}\,kg} ۲\times۱۰^۴\times|q| = ۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰ \Rightarrow |q| = ۲/۵\times۱۰^{-۶}\,C = ۲/۵\,\mu C$$

با توجه به این‌که جهت نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی مخالف یکدیگر هستند، در می‌یابیم که بار ذره منفی است؛ بنابراین $q = -۲/۵\,\mu C$ است.

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

۴۳۲ **پاسخ تشریحی** **گام اول:** تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی را حساب می‌کنیم. با توجه به این‌که فقط نیروی الکتریکی به ذره وارد می‌شود، می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta U_E = -\Delta K = -\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow[v_1=20\,m/s, v_2=30\,m/s]{m=4g=4\times10^{-3}\,kg} \Delta U_E = -\frac{1}{2}\times4\times10^{-3}\times(30^2-20^2)$$

$$= -2\times10^{-3}(900-400) = -1\,J$$

گام دوم: اختلاف پتانسیل الکتریکی بین نقاط A و B $(V_B - V_A)$ را حساب می‌کنیم:

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{\Delta U_E}{q} \xrightarrow[q=-5\,mC=-5\times10^{-3}\,C]{\Delta U_E=-1\,J} V_B - V_A = \frac{-1}{-5\times10^{-3}} = 200\,V$$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۴۳۳ **پاسخ تشریحی** طبق درس‌نامهٔ بالا، پتانسیل الکتریکی دو نقطهٔ A و B با هم برابر است و تراکم بار الکتریکی در اطراف نقطهٔ A بیشتر از اطراف نقطهٔ B است.

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir